

1909.

LIBRARY  
MICHIGAN STATE NORMAL  
COLLEGE

N: 1.

# ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREY, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. u. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

BAND 28. HEFT 1.

DER GANZEN REIHE 333, BANDES 1. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT EINER TAFEL.



LEIPZIG, 1909.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

DÖRRIENSTRASSE 16.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.*

*(Ausgegeben am 28. Dezember 1908.)*

# Inhalt.

	Seite
1. E. Warburg und G. Leithäuser. Leistungsmessungen an Ozonröhren . . . . .	1
2. E. Warburg und G. Leithäuser. Über die Darstellung des Ozons aus Sauerstoff und atmosphärischer Luft durch Ozonröhren . . . . .	17
3. Erich Marx. Experimentelles Verhalten und Theorie des Apparates zur Geschwindigkeitsmessung der Röntgenstrahlen . . . . .	37
4. C. Fischer. Dekrementbestimmung mit kontinuierlichen elektrischen Wellen . . . . .	57
5. Martin Knudsen. Die Gesetze der Molekularströmung und der inneren Reibungsströmung der Gase durch Röhren . . . . .	75
6. J. Laub. Über den Einfluß der molekularen Bewegung auf die Dispersionserscheinungen in Gasen . . . . .	131
7. Max Reinganum. Molekulare Dimensionen auf Grund der kinetischen Gastheorie . . . . .	142
8. Erich Marx. Über den Einfluß der Röntgenstrahlen auf das Einsetzen der Glühmentladung . . . . .	153
9. P. Ludewig. Zur Theorie des Wehneltunterbrechers. (Hierzu Taf. I, Figg. 4, 5, 14, 15, 16 u. 17.) . . . . .	175
10. D. Mirimanoff. Über die Grundgleichungen der Elektrodynamik bewegter Körper von Lorentz und das Prinzip der Relativität . . . . .	192
11. Hans Meurer. Über das Verhalten des Entladungsfunkens von Kondensatorkreisen im Magnetfelde bei Atmosphärendruck und im Vakuum . . . . .	199

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **Würzburg, Pleiherring 8.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

---

Verlag von **Johann Ambrosius Barth** in Leipzig.

---

## Adressbuch

### der lebenden Physiker, Mathematiker und Astronomen des In- und Auslandes und der technischen Hilfskräfte.

**Zweite umgearbeitete Auflage.**

IV, 270 Seiten. 1909. M. 8.—, kartoniert M. 8.60.

---



elte

1

17

37

57

75

1

2

3

5

2

9



# ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

BAND 28.

DER GÄRTEN ZEITUNG 833. BAND.

52588

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT ACHT FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1909.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917

1917





# ANNALEN DER PHYSIK.

VIerte Folge. Band 28.

## 1. Leistungsmessungen an Ozonröhren; von E. Warburg und G. Leithäuser.

VII.<sup>1)</sup>

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

§ 58. Die Ozonröhre wurde von W. v. Siemens<sup>2)</sup> im Jahre 1857 angegeben und bestand ursprünglich aus zwei konaxialen, unten geschlossenen, oben miteinander verschmolzenen Glasröhren (Fig. 1 im Querschnitt). Wir bezeichnen die vier Glasoberflächen, von innen nach außen fortschreitend, durch *a*, *b*, *c*, *d*, nennen *a* und *d* die *äußeren*, *b* und *c* die *inneren* Elektroden, den ringförmig zylindrischen Raum zwischen *b* und *c* den *Entladungsraum*. Später<sup>3)</sup> ersetzte man die innere Glasröhre durch eine Metallröhre, solche Ozonröhren nennen wir *Metallapparate*, Siemenssche Röhren der ursprünglichen Form *Glasapparate*. Die Belegungen der äußeren Elektroden *a*, *d* wurden bei den Glasapparaten ursprünglich aus Metallfolie, später<sup>4)</sup> aus angesäuertem Wasser gebildet, was u. a. den Vorteil der Kühlung hat. Legt man an die äußeren Elek-

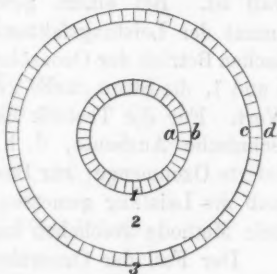


Fig. 1.

1) Numerierung und Paragraphierung dieser und der folgenden Mitteilung schließen sich an verwandte frühere Mitteilungen in diesen Ann. an (I. 13. p. 464. 1904; II. 17. p. 1. 1905; III.—V. 20. p. 134. 1906; VI. 23. p. 209. 1907).

2) W. v. Siemens, Pogg. Ann. 102. p. 66. 1857. Ges. Abh. u. Vorträge p. 197.

3) O. Frölich, Elektrotechn. Zeitschr. 25. XII. p. 340. 1891.

4) Vgl. C. Engler, Histor.-krit. Studien über Ozon. Leopoldina Heft XV. Halle 1879.



troden hinreichend hohe Wechselspannung an, so treten im Entladungsraum Leitungswechselströme stiller Entladung ein, welche auf reinen Sauerstoff oder Luft ozonisierend wirken; die zu ozonisierenden Gase werden durch den Entladungsraum geleitet.

§ 59. Eine Ozonröhre ist anzusehen als ein System mehrerer hintereinander geschalteter Kondensatoren, der Glasapparat enthält deren drei, nämlich  $ab$ ,  $bc$ ,  $cd$ , der Metallapparat zwei, nämlich  $bc$  und  $cd$ . Je nachdem der Entladungsraum mit einem vollkommenen Isolator oder einem vollkommenen Leiter ausgefüllt ist, nimmt die Stromstärke den kleinstmöglichen oder größtmöglichen Wert an. In beiden Fällen stellt das System, sofern das Glas als vollkommener Isolator anzusehen ist, einen vollkommenen Kondensator dar, welcher keine Energie verzehrt, dessen Leistungsfaktor also Null ist. Bei einem gewissen mittleren Leitungsvermögen nimmt der Leistungsfaktor den größten Wert an, beim praktischen Betrieb der Ozonröhre liegt der Leistungsfaktor zwischen 0 und 1, die Stromstärke zwischen ihrem kleinsten und größten Wert. Für die Technik handelt es sich vorzugsweise um die technische Ausbeute, d. h. um die pro Kilowattstunde gelieferte Ozonmenge; zur Bestimmung der technischen Ausbeute muß die Leistung gemessen werden, was durch eine einwurfsfreie Methode geschehen kann (§ 63).

Der Fall der Ozonröhre mit einem Gase im Entladungsraum ist zwar der mathematischen Behandlung nicht zugänglich, wohl aber der Fall, in welchem das Gas durch ein mit Ohmschem Leitungsvermögen begabtes Dielektrikum ersetzt ist. Das Problem wurde gelegentlich gestreift von O. Werner<sup>1)</sup> und W. Nernst<sup>2)</sup>, fällt unter die Theorie des geschichteten Kondensators von Maxwell und soll hier kurz erörtert werden, da die Ergebnisse zur Beurteilung des Falles, in welchem der Entladungsraum ein Gas enthält, jedenfalls einigen Anhalt gewähren.<sup>3)</sup>

1) O. Werner, Wied. Ann. 47. p. 618. 1892.

2) W. Nernst, Wied. Ann. 57. p. 212. 1896.

3) und auch für die Frage des Energieverlustes in Kondensatoren Interesse zu haben scheinen.

§ 60. Wir behandeln die Ozonröhre wie einen unendlich langen Zylinderkondensator, legen absolutes elektromagnetisches Maß zugrunde, nehmen die angelegte Wechselspannung sinusförmig an und benutzen folgende Bezeichnungen:

$K_1, K_2, K_3$  bzw. Kapazitäten von  $a b$  (1),  $b c$  (2),  $c d$  (3).

$K', K''$  bzw. Kapazitäten des Systems, je nachdem 2 einen vollkommenen Isolator oder einen vollkommenen Leiter enthält.

$K'/K'' = s$ , so daß  $K'/K_2 = K'(1/K' - 1/K'') = 1 - s$ .

$W_2$  Ohmscher Widerstand von 2.

$n/2\pi$  Frequenz,  $T$  Periode der Wechselspannung.

$p = K_2 W_2 n = 2\pi \Theta_2 / T$ , wo  $\Theta_2 = \epsilon_2 / 4\pi \kappa_2 c^2 =$  Relaxationszeit von 2,  $\epsilon_2, \kappa_2$  bzw. Dielektrizitätskonstante und Leitungsvermögen von 2,  $c =$  Lichtgeschwindigkeit.

$E_a, E_i$  bzw. Spannungsdifferenz der äußeren und inneren Elektroden.

$J_e, J_i$  bzw. Verschiebungs- und Leitungsstrom in 2 von  $b$  nach  $c$ .

$J$  ganzer Strom,  $J', J''$  bzw. kleinster und größter Wert desselben (§ 59).

$Q$  Ladung von  $a$ ,  $q$  Ladung von  $c$ .

Wir nehmen an

$$(1) \quad E_a = E_a^0 \cdot \sin n t$$

und setzen

$$(2) \quad J_i = J_i^0 \cdot \sin(n t + \psi),$$

$$(3) \quad J = J^0 \cdot \sin(n t + \varphi).$$

Es bestehen die Gleichungen

$$(4) \quad E_i = J_i \cdot W_2 = \frac{Q - q^1}{K_2},$$

$$(5) \quad J_v = K_2 \cdot \frac{\partial E_i}{\partial t} = p \cdot J_i^0 \cdot \cos(n t + \psi),$$

$$(6) \quad J = J_v + J_i,$$

$$(7) \quad Q = K' \cdot \left( E_a + \frac{q}{K_2} \right)^1,$$

$$(8) \quad J_i = \frac{\partial q}{\partial t},$$

$$(9) \quad J = \frac{\partial Q}{\partial t}.$$

Führt man in (6) und (9) bzw. (4), (3), (5) und (1), (7), (8), (2) ein, so erhält man zwei Gleichungen. Diese zerfallen in folgende vier

$$(10) \quad J^0 \cos \varphi = J_i^0 \cdot \cos \psi - p \cdot J_i^0 \sin \psi = J_i^0 (1 - s) \cdot \cos \psi,$$

$$(11) \quad J^0 \sin \varphi = J_i^0 \cdot \sin \psi + p \cdot J_i^0 \cos \psi = K' n E_a^0 + J_i^0 (1 - s) \cdot \sin \psi,$$

1) E. Warburg, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. p. 348. 1903.

welche zur Bestimmung der Unbekannten  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $J^0$ ,  $J_1^0$  dienen. Man findet

$$(12) \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{s}{p}.$$

$$(13) \quad \begin{cases} \operatorname{tg} \varphi = \frac{p^2 + s}{p(1-s)}, \\ \cos \varphi = \frac{p(1-s)}{\sqrt{(1+p^2)(p^2+s^2)}}, \end{cases}$$

$$(14) \quad J^0 = J'^0 \cdot \sqrt{\frac{1+p^2}{s^2+p^2}} = E_a^0 K' n \sqrt{\frac{1+p^2}{s^2+p^2}},$$

$$(15) \quad J_1^0 = \frac{J'^0}{\sqrt{p^2+s^2}}.$$

Nach (13) wird sowohl für  $p = 0$  wie für  $p = \infty$ ,  $\operatorname{tg} \varphi = \infty$ , und erhält den kleinsten Wert, nämlich

$$(16) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für} \\ \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{2\sqrt{s}}{1-s} \\ p = p_1 = \sqrt{s}. \\ \text{Die entsprechende Scheitelstromstärke} \\ J_1^0 = \frac{J'^0}{\sqrt{s}} = \sqrt{J'^0 J''^0}. \end{array} \right.$$

Setzt man

$$(17) \quad \left\{ \begin{array}{l} p = m p_1, \\ \text{so wird} \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{m^2 + 1}{2m} \cdot \operatorname{tg} \varphi_1, \\ J^0 = J_1^0 \cdot \sqrt{\frac{m^2 s + 1}{m^2 + s}}. \end{array} \right.$$

1) (14) kann geschrieben werden

$$J^0 = J''^0 \cdot \sqrt{\frac{1+p^2}{1+p^2/s^2}}.$$

Aus dieser Gleichung berechnet man mit Hilfe der Bedeutung von  $p$ , wie groß das Leitungsvermögen  $\kappa_2$  sein muß, damit der Strom  $J_0$  einen Wert gleich einem bestimmten Bruchteil, z. B. 0,99 des Maximalstromes  $J''$  annimmt. Man findet sehr kleine Werte des Leitungsvermögens  $\kappa_2$ , worauf hier nicht näher eingegangen werden soll. Vgl. die Versuche von W. Nernst, Wied. Ann. 57. p. 212. 1896.

In der Fig. 2 ist  $\text{tg } \varphi / \text{tg } \varphi_1$  als Funktion von  $\lg_{10} m$  dargestellt, ebenso  $J^0/J_1^0$  für die Werte  $s = 0,05$  und  $s = 0,3$ .

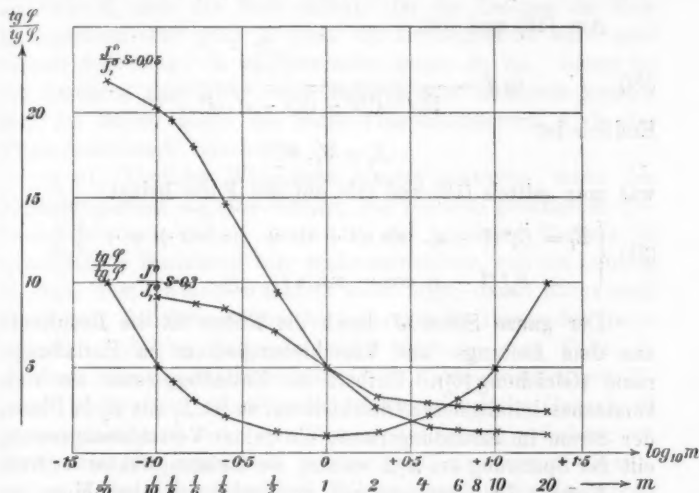


Fig. 2.

Man kann  $p$  und  $\text{tg } \psi$  durch den betreffenden Wert von  $\text{tg } \varphi$  darstellen, wobei zu beachten ist, daß zu einem Werte von  $\text{tg } \varphi$  zwei Werte von  $p$  und  $\text{tg } \psi$  gehören. Man erhält

$$(18) \quad \begin{cases} \text{tg } \psi = \frac{1-s}{2} \cdot \text{tg } \varphi \pm \sqrt{\left(\frac{1-s}{2} \text{tg } \varphi\right)^2 - s}, \\ p = \frac{1-s}{2} \cdot \text{tg } \varphi \mp \sqrt{\left(\frac{1-s}{2} \text{tg } \varphi\right)^2 - s}, \end{cases} \quad p \leq p_1.$$

Die Leistung  $L$  ist

$$(19) \quad L = J_{\text{eff}} \cdot E_{a, \text{eff}} \cdot \cos \varphi = E_{a, \text{eff}} \cdot J_{\text{eff}}^0 \cdot \frac{p(1-s)}{p^2 + s^2}.$$

Der größte Wert von  $L$  findet statt für das Leistungsvermögen, welches  $p = s$  entspricht, oder für die Relaxationszeit

$$\Theta = T \cdot \frac{s}{2\pi}, \quad \text{und beträgt} \quad \frac{E_a^0 \cdot J^0}{2} \cdot \frac{1-s}{2s},$$

während an der kritischen Stelle  $p = p_1 = \sqrt{s}$

$$L = L_1 = \frac{E_a^0 \cdot J^0}{2} \cdot \frac{1-s}{1+s} \cdot \frac{1}{\sqrt{s}}.$$

Man verifiziert leicht, daß

$$L = J_i^{02} \cdot \frac{W_i}{2}.$$

Aus (13) und (14)

$$(20) \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{1 + s \cdot \left( \frac{J^0}{J'^0} \right)^2}{\sqrt{((J^0/J'^0)^2 - 1)(1 - s^2 \cdot (J^0/J'^0)^2)}}.$$

Endlich ist

$$E_i = J_i \cdot W_2,$$

was man mittels (12) und (15) auf die Form bringt

$$(21) \quad \begin{cases} E_i = E_a^0 (1 - s) \cdot \left\{ \sin n t + \sin \psi \cdot \sin \left( n t + \psi + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \\ \quad = E_a^0 (1 - s) \cdot \cos \psi \cdot \sin (n t + \psi). \end{cases}$$

Der ganze Strom  $J$  durch die Röhre ist die Resultante aus dem Leitungs- und Verschiebungsstrom im Entladungsraum (Gleichung (6)). Enthält der Entladungsraum ein vollkommenes leitungsloses Dielektrikum, so ist  $E_i$  mit  $E_a$  in Phase, der Strom im Entladungsraum, ein reiner Verschiebungsstrom, eilt der Spannung um  $\pi/2$  voraus, der Leistungsfaktor ist Null.

Kommt Leitungsvermögen im Entladungsraum hinzu, so nimmt durch den Leitungsstrom von  $b$  nach  $c$  die Ladung  $+q$ ,  $b$  die Ladung  $-q$  an, diese Ladungen erzeugen wiederum Ladungen  $+q(1-s)$  und  $-q(1-s)$  auf den äußeren Elektroden  $a$  bzw.  $d$ . Die Ladungen  $q$  der inneren Elektroden erzeugen im Entladungsraum eine elektromotorische Gegenkraft von  $c$  nach  $b$ , welche durch die Ladungen  $q(1-s)$  der äußeren Elektroden nur teilweise kompensiert wird; das zweite Glied in  $E_i$  Gleichung (21) stellt den ganzen Betrag der von den Ladungen  $q$  und  $q(1-s)$  herrührenden elektromotorischen Kraft dar,  $E_i$  ist die Resultante dieser elektromotorischen Kraft und der von der reinen Kapazitätsladung  $K' \cdot E_a$  auf den äußeren Elektroden herrührenden (Gleichung (21)).

Die Ladungen  $q$  haben eine doppelte Wirkung, erstens setzen sie  $E_i$  herab, zweitens bewirken sie eine Phasenverschiebung zwischen  $E_i$  und  $E_a$ , folglich auch, da der Leitungsstrom  $J_i$  mit  $E_i$  in Phase ist, eine Phasenverschiebung zwischen  $J_i$  und  $E_a$ . Mit zunehmendem Leitungsvermögen im Entladungsraum wächst der Leitungsstrom, während gleichzeitig seine Spannung  $E_i$  sinkt, wobei die verzehrte Leistung durch

ein Maximum hindurchgeht; es wächst ferner fortwährend die Phasenverschiebung zwischen  $J_i$  und  $E_a$  gegen  $\pi/2$  hin, während zugleich  $E_i$  sich der Null nähert. Ist die Leitung im Entladungsraum sehr groß, so fließt der Leitungsstrom unter sehr kleiner Spannung, da  $E_i$  dann klein gegen  $E_a$  ist. Daher ist die Leistung sehr klein, was dadurch zum Ausdruck kommt, daß der Strom gegen die große Potentialdifferenz  $E_a$  in der Phase sehr stark verschoben ist.

§ 61. Ähnliche Wirkungen müssen eintreten, wenn der Entladungsraum ein Gas enthält, wie bei dem praktischen Betrieb der Ozonröhren. Doch ist die gegebene Theorie in quantitativer Beziehung hier nicht anwendbar, weil die Leitung im Gase dem Ohmschen Gesetz nicht folgt; damit hängt auch zusammen, daß freie elektrische Ladungen im Innern des Gases auftreten. Solche Ladungen rufen auch in dem Falle, in welchem eine Gasstrecke sich im freien Raum zwischen metallischen Elektroden befindet, eine elektromotorische Gegenkraft (Polarisation) und damit eine Phasenverschiebung zwischen dem Strom und der angelegten Wechselspannung hervor. Wenn, wie z. B. bei Geisslerschen Röhren, auch feste Isolatoren (hier die Glaswände) zugegen sind, welche wechselnde Ladungen annehmen, so tritt die von diesen Ladungen herrührende Gegenkraft hinzu. Aus dem Gesagten folgt, daß jedesmal, wenn eine Gasstrecke von einem Wechselstrom durchflossen wird, der Strom der angelegten Wechselspannung voraneilen muß.<sup>1)</sup>

§ 62. Zu den folgenden Versuchen benutzten wir einen eisengeschlossenen Transformator  $T$ , dessen maximale Leistung 600 Watt betrug und welcher mit Wechselströmen von der Frequenz 50—500 pro sec betrieben wurde. Er war stets durch einen metallischen induktionslosen Widerstand  $AB$  (Fig. 3) geschlossen, welcher bis zu Effektivwerten der Spannung von 8000—12000 Volt 450000  $\Omega$ , von 12000—17000 550000  $\Omega$  betrug, und demnach 140—530 Watt absorbierte. Der Zweig  $CD$  mit der Ozonröhre  $R$  ist parallel  $AB$  geschaltet.

1) Beobachtungen über die Phasendifferenz zwischen Strom und Spannung bei Gasstrecken vgl. z. B. bei H. Ebert, Wied. Ann. 65. p. 782. 1898; A. Grau u. F. Russ, Wien. Ber. 117. II. 1908.

Um die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung experimentell nachzuweisen, kann man sich der Braunschen Röhre bedienen, welche man nach Wehnelt mit einer Oxydkathode ausrüstet.<sup>1)</sup> Der Strom in  $AB$  ist mit der Spannung in Phase, man schaltet in  $AB$  eine kleine Spule ein, durch welche man den Kathodenstrahlen eine magnetische

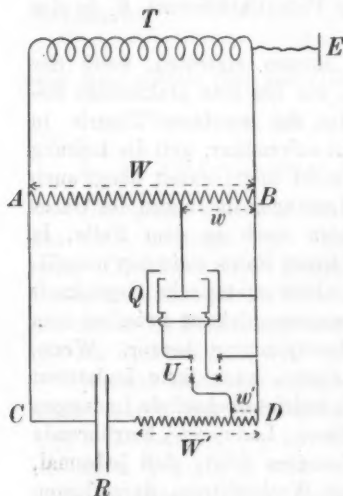


Fig. 3.

Ablenkung erteilt. In den Zweig  $CD$  der Ozonröhre schaltet man einen induktionslosen Widerstand ein, die Potentialdifferenz an seinen Enden ist mit dem Strom durch die Ozonröhre in Phase, wird an einen in der Braunschen Röhre befindlichen Kondensator angelegt und erteilt den diesen passierenden Kathodenstrahlen eine elektrische Ablenkung. Ordnet man die beiden Ablenkungen senkrecht zueinander an, so beschreibt der Fleck auf dem Fluoreszenzschirm der Röhre eine Lissajousche Figur, welche die Phasenverschiebung anzeigt. Ersetzte man zunächst die Ozonröhre in  $CD$  durch

einen großen Ohmschen Widerstand (Jodkadmium in Amylalkohol  $18 \cdot 10^6 \Omega$ ), so war die Schwingungsfigur eine gerade Linie. Schaltete man darauf statt des Widerstandes die Ozonröhre ein, so erhielt man eine weit geöffnete Lissajousche Figur, die infolge von Oberschwingungen sehr weit von einer Ellipse abwich.<sup>2)</sup> Es ist also  $\cos \varphi$  von 1 sehr verschieden.

§ 63. Die beschriebene Anordnung diente auch zur quantitativen Bestimmung von  $\cos \varphi$  durch Messung der Leistung  $L$  und dem Effektivwerte von Strom und Spannung. Der Zweig  $CD$  enthält außer der Ozonröhre  $R$  einen Präzisionswiderstand

1) A. Wehnelt, Physik. Zeitschr. 6. p. 732. 1905.

2) Dies rührt von dem Strom durch die Ozonröhre her, die angelegte Wechselspannung wich wenig von der Sinusform ab.



$W'$  (50000—100000  $\Omega$ ). Der eine Pol des Transformators und damit auch die Enden der Widerstände  $W$  und  $W'$  liegen an Erde, was den in der Technik gebräuchlichen Verhältnissen entspricht, und auch eine gefahrlose Handhabung der Ozonröhre und der Widerstände gestattet. Doch darf dabei die Belastung des Transformators nicht zu sehr unter der normalen liegen, sonst wird durch die Kapazität der Sekundärspule von  $T$  gegen Erde die Kurvenform des induzierten Sekundärstromes zu sehr beeinflußt, was zu falschen Ergebnissen Veranlassung geben kann. Die erforderliche Belastung führte man herbei, indem man den Widerstand  $W$  so klein wählte, daß der durch die Erdkapazität von  $T$  bedingte Strom zu vernachlässigen war.

Der durch  $R$  fließende Strom  $J$  wurde gemessen durch Ermittlung der Spannungsdifferenz an den Enden von  $W'$  mit Hilfe eines Multizellularelektrometers, die an  $R$  liegende Spannung durch die Bestimmung der Spannungsdifferenz  $v$  an den Enden eines bekannten Teiles  $w$  von  $W$ . Es ist dann die Spannungsdifferenz  $V$  der Enden von  $W$

$$V = v \cdot \frac{W}{w},$$

und am Ozonapparat liegt die Spannung  $E_a = V - JW'$ .<sup>1)</sup> Als Wattmeter zur Bestimmung von  $L$  diente ein Quadrantenelektrometer  $Q$ , dessen Gehäuse an Erde lag; die Quadranten wurden unter Zwischenschaltung des Umschalters  $U$  mit einem Teil  $w'$  des Widerstandes  $W'$  verbunden und dadurch zu der Potentialdifferenz  $J \cdot w'$  aufgeladen, die mit dem durch  $R$  fließenden Strom in Phase war; die Nadel lag an  $w$  und lud sich dadurch auf ein Potential  $V \cdot w/W$ , das mit der Spannungsdifferenz der Enden von  $CD$  in Phase war. Nach Orlich<sup>2)</sup> ist der Elektrometeraus Schlag  $\alpha$  für diese Schaltung

$$\alpha \cdot D = a_0 v_0^2 + a_1 v_1^2 + a_2 v_2^2 + b_1 v_0 v_1 + b_2 v_0 v_2 + b_0 v_1 v_2 + c_0 v_0.$$

Die  $a$  und  $b$  sind Konstanten,  $D$  hängt von  $v_0^2$  ab, die Indizes 0, 1, 2 bezeichnen bzw. die Nadel und die beiden Quadrantenpaare,  $v_1 v_2$  ist bei Wechselstrom der über eine

1) Nicht genau richtig, da  $V$  und  $JW'$  nicht in Phase sind, doch war  $JW'$  nur 150 Volt, so daß der begangene Fehler unbedeutend ist.

2) E. Orlich, Zeitschr. f. Instr.-Kunde p. 97. 1903.

Periode genommene Mittelwert des Produktes der auf  $i$  und  $k$  bezüglichen Potentialwerte.

Bezeichnet man durch  $\alpha'$ ,  $\alpha''$  die Elektrometerrauschläge, welche man erhält, je nachdem durch Handhabung des Umschalters  $U$   $v_2$  oder  $v_1 = 0$  gemacht wird, so bestehen die Gleichungen

$$\alpha' D = a_0 \cdot (V \cdot w / W)^2 + a_1 \cdot (Jw)^2 + b_1 \cdot Jw' \cdot Vw / W,$$

$$\alpha'' D = a_0 \cdot (Vw / W)^2 + a_2 \cdot (Jw')^2 + b_2 \cdot Jw' \cdot Vw / W.$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen findet man, berücksichtigend, daß  $a_1 - a_2 = -b_1 = b_2^1$ , und indem man  $D/2 \cdot b_1 = C$  setzt,

$$J \cdot V = \frac{W}{w w'} \cdot \{C(\alpha' - \alpha'') + \frac{1}{2} J^2 \cdot w'^2\}$$

= Leistung im ganzen Zweig  $CD$ ,

$$L = J V - J^2 w' = \frac{W C(\alpha' - \alpha'')}{w w'} + J^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{W w'}{w} - w'\right)$$

= Leistung in der Ozonröhre.

Hier ist  $J$  der Effektivwert des Stromes durch die Ozonröhre. Über die Bestimmung von  $C$  aus vier Elektrometerrauschlägen vgl. Orlich, l. c.  $C$  variierte bei dem benutzten Elektrometer nur wenig mit  $v_0$ , das übrigens bei den Versuchen stets nahezu denselben Wert erhielt.

§ 64. Indem in  $CD$  statt der Ozonröhre verschiedene andere Apparate  $R$  eingeschaltet wurden, ergaben sich bei einer Frequenz von 50/sc folgende Werte des  $\cos \varphi$ .

$R$	$E_{a, \text{eff.}}$	$J_{\text{eff.}} \cdot 10^3$	Watt	$\cos \varphi$
Ohmscher Widerstand	5900	3,46	20,5	1,00
Jodcadmium in Amylalk.				
Spitzendoppelrost	8500	7,64	61,3	0,94
(nur an den Spitzen Licht)				
Spitzen gegen Erdplatte, langer positiver Büschel	9460	0,548	3,90	0,752
Desgl., aber 1,5 mm dicke Hartgummiplatte auf Erdplatte				
Desgl., aber 1,5 mm dicke Hartgummiplatte auf Erdplatte	13280	0,328	1,69	0,388
Metallapparat I				
Xylol mit Amylalkohol und Jodcadmium im Entladungsräum	6900	0,520	2,57	0,716

1) E. Orlich, l. c.

Der Leistungsfaktor wird also, wenn  $R$  ein Ohmscher Widerstand ist, wie zu erwarten, gleich 1 gefunden, ergibt sich aber, wenn  $R$  eine Gasstrecke ist, stets kleiner als 1. Als im vierten Versuch die Erdplatte mit einem Isolator bedeckt wurde, sank  $\cos \varphi$ , indem nun auch die Ladung des Isolators zu der Phasenverschiebung beitrug (§ 61). Der fünfte Versuch bezieht sich auf eine Ozonröhre, deren Entladungsraum mit einem Körper von annähernd Ohmschem Leitungsvermögen gefüllt war.

§ 65. Zu den eigentlichen Versuchen mit Ozonröhren übergehend, geben wir zunächst die Dimensionen und Konstanten der benutzten Apparate an.  $d$  ist der Abstand der inneren Elektroden  $b$  und  $c$ ,  $d'$  der äußere Durchmesser der Ozonröhre, alles in Zentimetern. Die Apparate wurden bei Benutzung höherer Frequenzen nur teilweise in das die Belegung von  $a$  darstellende Flüssigkeitsbad eingetaucht, so daß nur ein Teil der Länge wirksam war; nur der eingetauchte Teil des Entladungsraumes wurde beim Betrieb leuchtend.  $l_0$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  bezeichnen in diesem Sinn die wirksamen Längen.  $f$  ist die mittlere Elektrodenoberfläche in Quadratcentimetern, d. h. das arithmetische Mittel aus den Oberflächen der beiden inneren Elektroden, die Indizes 0, 1, 2 beziehen sich auf die drei benutzten Eintauchtiefen. Die Kapazitäten  $K'$ ,  $K''$  (§ 60) wurden übereinstimmend bei Messung mit schwach gespanntem Wechselstrom und nach der Maxwellschen Methode mit rotierendem Unterbrecher gefunden; sie sind in absolutem elektromagnetischen Maß angegeben und beziehen sich immer auf  $l_0$ , sind daher durch  $K'_0$ ,  $K''_0$  bezeichnet.

Glasapparate.

	$d$	$d'$	$l_0$	$l_1$	$l_2$	$f_0$	$f_1$	$f_2$
I	0,051	1,93	36	—	—	197	—	—
II	0,140	2,01	24,5	12,5	—	182	67,2	—
III	0,372	2,60	25,0	—	—	162	—	—

	$K'_0 \cdot 10^{30}$	$K''_0 \cdot 10^{30}$	$K'_0/K''_0 = s$	$10^{30} \cdot \sqrt{K' K''}$
I	34,2	104	0,329	59,6
II	8,68	62,1	0,140	23,2
III	5,98	76,4	0,0783	21,4

Metallapparate. <sup>1)</sup>								
	$d$	$d'$	$l_0$	$l_1$	$l_2$	$f_0$	$f_1$	$f_2$
I	0,226	2,81	18,6	9,8	7,6	142	74,7	57,9
II	0,466	3,29	18,6	9,7	7,4	156	81,8	62,0

	$K'_0 \cdot 10^{30}$	$K''_0 \cdot 10^{30}$	$K'_0/K''_0 = s$	$10^{30} \cdot \sqrt{K'K''}$
I	7,00	135	0,0519	30,7
II	3,26	139	0,0235	21,3

Berechnet man für die verschiedenen bei unseren Versuchen vorkommenden Fälle  $J_1$  nach (16), so findet man, daß  $J/J_1$  zwischen 1,7 und 3 liegt (vgl. § 80 der folgenden Abhandlung). Ferner findet man für die Metallapparate  $J/J'$  zwischen 10 und 20, so daß der Verschiebungsstrom hier nur einen kleinen Teil des ganzen Stromes ausmacht. Bei den Glasapparaten ist zwar  $J/J'$  kleiner, indem es zwischen 3 und 8 liegt, aber  $J/J''$  liegt für I und II zwischen 0,75 und 0,94, so daß man nicht weit von der maximal erreichbaren Stromstärke entfernt ist (§ 59).

Obgleich nun die Theorie des § 60 quantitativ auf die Ozonapparate nicht anwendbar ist, so kann man doch für jede besondere Stromstärke von einem „Widerstand“ des Entladungsraumes  $= E_i/J_i$  reden; wenn man alsdann  $\operatorname{tg} \varphi$  als Funktion von  $p$  darstellt, so wird man jedenfalls eine Kurve mit einem Minimalwert von  $\operatorname{tg} \varphi$  für einen gewissen kritischen Wert  $p = p_1$  erhalten. Nach den gemachten Angaben ist dann anzunehmen, daß man bei dem praktischen Betrieb der Ozonröhren *diesseits* des kritischen Wertes  $p_1$ , d. h. auf Seite der kleineren  $p$ -Werte sich befindet. Dem entsprechen auch die weiteren Beobachtungen.

§ 66. Die folgenden Versuche zeigen den *Einfluß der Stromstärke  $J$  auf den Leistungsfaktor*. In den Tabellen ist auch die Stromdichte  $i$  angegeben und zwar in Amp./qm ( $J \cdot 10^4/f$ ). Wo eine kleinere Eintauchtiefe als  $l_0$  benutzt wurde, ist dies

<sup>1)</sup> Das Metallrohr bestand aus Messing, die innere Elektrode  $b$  war vergoldet.

durch einen entsprechenden Index an dem Wert von  $J$  bezeichnet. Es sind immer die Effektivwerte von Strom und Spannung angegeben. Die Versuchsnummern sind immer Journalnummern.

## Metallapparat I.

## Sauerstoff.

Nr.	$n/2\pi$	$E_a$	$J \cdot 10^3$	$i$	$\cos \varphi$
121	50	7940	1,58	0,111	0,508
122	"	9280	2,10	0,148	0,449
123	"	11400	2,93	0,206	0,389
130—133	570	7610	6,27 <sup>(2)</sup>	1,08	0,583
134—137	"	9280	10,58 <sup>(3)</sup>	1,83	0,496

## Luft.

58—62	50	10800	2,58	0,182	0,431
80—84	"	14000	2,30 <sup>(1)</sup>	0,308	0,320

Mit zunehmender Stromstärke entfernt sich also der Leistungsfaktor von der 1 (wächst  $\operatorname{tg} \varphi$ ). Dies kann nach § 60 darauf zurückgeführt werden, daß, wie bekannt, mit zunehmender Stromstärke der „Widerstand“ der Gasstrecke abnimmt, also in dem Diagramm Fig. 2  $m$  kleiner wird, wobei, sofern man sich *diesseits* der kritischen Stelle, d. h. auf Seite der kleineren  $m$  befindet,  $\operatorname{tg} \varphi$  zunehmen muß.

## § 67. Einfluß der Frequenz auf den Leistungsfaktor.

## Metallapparat I.

## Atmosphärische Luft.

Nr.	$n/2\pi$	$E$	$J \cdot 10^3$	$i$	$\cos \varphi$
80—84	50	14000	2,30 <sup>(1)</sup>	0,308	0,320
71—74	100	9480	2,30 <sup>(1)</sup>	0,308	0,451
108—112	510	9340	9,15 <sup>(2)</sup>	1,58	0,537

## Sauerstoff.

138—141	50	11400	2,84	0,200	0,407
90—93	530	8160	7,29 <sup>(2)</sup>	1,26	0,568

## Glasapparat II.

29—35	50	17000	2,54	0,192	0,239
36—42	100	9320	2,54	0,192	0,357

Mit steigender Frequenz nähert sich der Leistungsfaktor der 1, was wiederum nach § 60 der Fall sein muß, solange man sich diesseits der kritischen Stelle befindet. Würde man aber bei stets wachsender Frequenz die kritische Stelle überschreiten, so müßte umgekehrt der Leistungsfaktor sich wieder von der 1 entfernen, um sich der Null zu nähern.

§ 68. *Verhalten verschiedener Apparate.* Für eine Substanz von Ohmschem Leitungsvermögen im Entladungsraum und Sinusstrom hängt nach (13) der Leistungsfaktor nur von  $s$  und  $p$  ab und wächst bei konstantem  $p$  mit abnehmendem  $s$ ; dies ist der Fall, wenn man von Apparat I zu II, von II zu III, und wenn man von einem Glasapparat zu einem gleich dimensionierten Metallapparat übergeht. Die Versuche an Ozonröhren können indessen von diesem Gesichtspunkt aus nicht vollständig diskutiert werden, da der „Widerstand“ der Gasstrecke nicht bekannt ist. Wir beschränken uns daher auf die Mitteilung einiger Versuche.

#### Glasapparate.

Nr.	Apparat	$n/2\pi$	$E_a$	$J \cdot 10^3$	$i$	$\cos \varphi$
76—79	I	50	8050	2,61	0,182	0,185
48—51	II	„	10080	1,34	0,102	0,314
49—47	II	„	16900	2,55	0,193	0,243
52—57	III	„	17500	2,58	0,159	0,415

#### Metallapparate.

58—62	I	50	10800	2,58	0,182	0,431
63—65	II	„	13900	2,63	0,169	0,450
71—74	I	100	9480	2,30 <sup>(1)</sup>	0,308	0,451
66—70	II	„	12300	2,28 <sup>(1)</sup>	0,305	0,447
108—112	I	510	9340	9,15 <sup>(2)</sup>	1,58	0,537
104—107	II	„	12100	7,35 <sup>(2)</sup>	1,19	0,704

Ein kleiner Leistungsfaktor ist unvorteilhaft, er hat zur Folge, daß nur ein kleiner Teil der verfügbaren Spannung zur

Arbeitsleistung ausgenutzt wird. Von diesem Gesichtspunkt aus sind die Glasapparate mit kleinem Elektrodenabstand unzweckmäßig, wobei besonders auf den sehr kleinen Leistungsfaktor des Glasapparates I hingewiesen sei. Metallapparate haben größere Leistungsfaktoren, außerdem den Vorteil, daß sie bei gleicher Spannung mehr Strom liefern als gleich dimensionierte Glasapparate.

§ 69. Steigerung der Frequenz bis zu einer gewissen Grenze setzt nach § 67 den Leistungsfaktor hinauf, gibt aber außerdem bei gleicher Spannung einen höheren Wert des ozonbildenden Leitungsstromes. Für den Fall Ohmschen Leitungsvermögens im Entladungsraum geht dies aus Gleichung (15), § 60 hervor, da  $J^0$  mit  $n$  proportional ist. Freilich gilt für  $p$  dasselbe, so daß bei fortwährender Steigerung der Frequenz der Leitungsstrom schließlich von  $n$  unabhängig wird. Wir lassen einige Versuche hierüber folgen, bei welchen der Nebenschluß  $AB$  angelegt war und der Effektivwert der Spannung  $E_a$  auf 9160 Volt gehalten wurde.

Metallapparat I.  
Atmosphärische Luft.

Nr.	$n/2\pi$	$J \cdot 10^3$	$i$
129	50	1,96	0,188
128	360	6,60 <sup>(2)</sup>	1,14
127	420	7,65 <sup>(2)</sup>	1,32
126	495	8,80 <sup>(2)</sup>	1,52
125	526	9,00 <sup>(2)</sup>	1,55

Wurde also die Frequenz von 50 auf 526, d. h. auf das 10,5 fache gesteigert, so wuchs die Stromdichte von 0,125 auf 1,55, also auf das 12,4 fache, wobei nach § 65 auch für die höchsten der benutzten Frequenzen noch fast der ganze Strom im Entladungsraum Leitungsstrom ist.

Durch höhere Frequenz erzielt man also bei gleicher Spannung höhere Stromdichte des ozonbildenden Leitungsstromes, oder bei gleicher Strombelastung verkleinerte Elektrodenoberfläche. Dies hat zur Folge, was technisch wichtig,



daß bei gegebener Spannung kleinere Ozonröhren bei größerer Frequenz ebensoviel Ozon liefern als größere Röhren bei kleinerer Frequenz. Die Nachteile allzu hoher Frequenzen für die Ozondarstellung sind im § 83 der folgenden Abhandlung besprochen, wo unter Benutzung der im § 63 dargelegten Methode der Leistungsmessung die technische Ausbeute von Ozonröhren, d. h. die Ozonmenge für die Kilowattstunde bestimmt ist.

(Eingegangen 6. November 1908.)

## 2. Über die Darstellung des Ozons aus Sauerstoff und atmosphärischer Luft durch Ozonröhren;

von E. Warburg und G. Leithäuser.

### VIII.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

§ 70. Die Ozonbildung in den Ozonröhren ist ein komplizierterer Vorgang als die früher von uns untersuchte Ozonbildung durch stille Gleichstromentladung zwischen kleinen metallischen Elektroden und geerdeten Metallplatten.

Legt man zwischen eine Spitze und eine gegenüberstehende Erdplatte hinreichend hohe Wechselspannung, so sieht man zunächst den anodischen Büschel, bei Beobachtung mit bewegter Linse oder rotierendem Spiegel sieht man an der Spitze abwechselnd die kathodische und anodische Lichterscheinung. Etwas Ähnliches sieht man, wenn die Erdplatte mit einer isolierenden Platte bedeckt wird. Betreibt man einen Glasapparat (§ 58) mit großer Stromdichte, so sieht man ein gleichförmiges Leuchten des Gases im Entladungsraum, verkleinert man die Stromdichte hinreichend, so bemerkt man Büschel, welche zwischen einzelnen Stellen der inneren Elektroden *b* und *c* (§ 58) übergehen. Bei den Metallapparaten (§ 58) ist dies auch bei großer Stromdichte zu sehen. Nach dem Gesagten unterliegt es keinem Zweifel, daß in den Ozonröhren im wesentlichen dieselben Vorgänge sich abspielen wie bei der stillen Gleichstromentladung aus metallischen Spitzen gegen Erdplatten, nur daß in jenem Fall die Vorgänge an der negativen und positiven Spitze einander überlagern, ähnlich wie bei Gleichstromentladung zwischen zwei metallischen Spitzen.

Bei Gleichstrom zwischen metallischen Elektroden ist der ganze Strom im Gase Leitungsstrom. Bei den Ozonröhren, die nur mit Wechselstrom betrieben werden können, begegnet man nun der weiteren Komplikation, daß der Entladungsraum

von Leitungs- und Verschiebungsströmen durchflossen wird, wobei nur die ersteren ozonisierend wirken. Bei unseren Versuchen ist der Verschiebungsstrom klein gegen den Leitungsstrom, außerdem ist die exakte rechnerische Trennung der beiden Ströme voneinander nicht ausführbar. Wir haben daher hier bei der Bestimmung der Stromausbeute (Gramm Ozon pro Amperestunde) den Strom gleich dem *ganzen* Strom gesetzt; würde man anstatt dessen den Leitungsstrom einführen, so erhielte man etwas größere Stromausbeuten.

Es ist ferner zweifelhaft, wie der ganze Strom am besten bestimmt wird. Aus unseren Versuchen (§ 78) scheint hervorzugehen, daß die mittlere Stromstärke (bei Sinusstrom  $(T/2) \int_0^{T/2} J^0 \sin nt dt$ ) in einfacherer Beziehung zu der Ozonmenge steht, als die effektive Stromstärke  $(1/T) \int_0^T J^2 dt$ . Gleichwohl haben wir die letztere gewählt, weil sie es ist, welche von den gebräuchlichen Meßinstrumenten angegeben wird.

Im ersten Teil dieser Arbeit untersuchen wir die Beziehungen zwischen der Ausbeute an Ozon zu seiner Konzentration, und zwar unabhängig von der benutzten Form der stillen Entladung. Zuerst war der Fall eines ruhenden Gasgemisches von überall gleicher Konzentration zu behandeln, die gelieferte Ozonmenge stellt sich dar als die Resultante zweier Wirkungen, der ozonbildenden und ozonzerstörenden Wirkung der stillen Entladung; Wirkungen, welche sich durch die Beobachtung trennen lassen und ganz verschiedenen Gesetzmäßigkeiten unterliegen.<sup>1)</sup> Aus einfachen Hypothesen wird eine Formel (5) § 73 abgeleitet, aus welcher für die gegebenen Verhältnisse die Stromausbeute  $A$  als Funktion der Ozonkonzentration  $c$ , berechnet werden kann. Die Konstanten der Formel sind die Nullausbeute  $A^0$  (Stromausbeute bei Ozonkonzentration Null) und die Grenzkonzentration  $c_1$ , d. h. die höchste unter den gegebenen Verhältnissen zu erreichende Ozonkonzentration. Diese Formel wird dem komplizierteren Fall zugrunde gelegt, in welchem das Gas, wie stets bei der praktischen Ozondarstellung, den Entladungsraum durchströmt, wobei die Ozonkonzentration im Entladungsraum variabel ist, Null beim Eintritt, am größten

1) E. Warburg, Berl. Ber. 1900. p. 712; Ann. d. Phys. 9. p. 781. 1902.

beim Austritt aus diesem Raum. Man erhält so eine andere Formel (13a) § 74, welche die Stromausbeute  $\mathfrak{A}$  aus der Ozonkonzentration  $c$  des die Ozonröhre verlassenden Gases zu berechnen erlaubt und wiederum die Nullausbeute  $\mathfrak{A}^0 = A^0$  und die Grenzkonzentration  $c_1$  enthält. Ist letztere experimentell bestimmt, so bleibt nur eine disponible Konstante  $A^0$  zur Darstellung einer Beobachtungsreihe  $\mathfrak{A} = F(c)$  übrig. In einigen Fällen genügt diese Theorie den Beobachtungen, in anderen Fällen muß man in die Formel (5) eine weitere disponible Konstante  $k$  einführen (Gleichung (11) § 74). Es werden aber Gründe dafür beigebracht, daß daran nicht die der Formel (5) zugrunde gelegten Hypothesen schuld sind, sondern die stillschweigend gemachte Voraussetzung, daß die Entladungsform von der Ozonkonzentration unabhängig ist.

Der zweite Teil bezieht sich ausschließlich auf die Ozonröhren, es wird die Abhängigkeit der Ozonausbeute von der Stromdichte, Stromform, Temperatur, Form und Art der Ozonröhre untersucht. Es zeigt sich, daß der innere Elektrodenabstand (Dicke des Entladungsraumes) zur Erzielung hoher Ausbeute groß, zur Erzielung hoher Konzentration klein zu wählen ist, was auf die älteren Ergebnisse über die Ozonbildung durch Gleichstromentladung aus metallischen Spitzen gegen Erdplatten zurückgeführt wird. Die erzielten technischen Ausbeuten an Ozon sind höher als die vorliegender Angaben, was vielleicht zum Teil auf die Leistungsmessung zurückzuführen ist. So wurden aus atmosphärischer Luft 85, 81, 76 g Ozon für die Kilowattstunde erhalten, je nachdem die Ozonkonzentration sehr klein war oder sich auf 4 bzw. 10 g Ozon im Kubikmeter belief (§§ 82 und 83).

§ 71. *Apparate und Methoden.* Zu den folgenden Versuchen dienten größtenteils die im § 65 der vorigen Abhandlung beschriebenen und gekennzeichneten Ozonröhren, außerdem ein durch IIa bezeichneter Glasapparat, der ungefähr wie II dimensioniert war, aber vor der genauen Ausmessung zerbrach. Als Belegungen der Glasapparate diente wie üblich angesäuertes Wasser, mit welchem auch die Metallröhren der Metallapparate angefüllt waren; als Temperatur bei der Ozonisierung galt das Mittel aus der Temperatur der inneren und äußeren Flüssigkeit.

Die Ozonröhren wurden mit Wechselstrom verschiedener Frequenz (50—500/sec) betrieben, die erforderlichen hohen Spannungen (8000—17000 Volt) teils durch den § 62 beschriebenen eisengeschlossenen Transformator, teils durch einen Ruhmkorffschen Induktor hervorgebracht; einige Versuche wurden ohne den Nebenschluß  $AB$  (Fig. 3, § 62) angestellt. Die Messung der Effektivwerte von Strom und Spannung geschah in der Regel nach § 63.

Die Ozonbestimmung wurde nach der Jodkaliummethode ausgeführt (vgl. § 14 Ann. d. Phys. 17. p. 2. 1905), eine Wasservorlage nicht angewandt (vgl. § 39 Ann. d. Phys. 20. p. 736. 1906). Der benutzte Sauerstoff war 96—97 proz. Nachbläuung trat hier nie ein, wohl aber, wenn auch geringfügig, trotz der Vorlage von Kaliumpermanganat, bei atmosphärischer Luft, besonders bei starker Strombelastung (vgl. dagegen § 51 Ann. d. Phys. 20. p. 748). Die Absorptionsapparate hatten die von Gray<sup>1)</sup> angegebene Form, erhielten aber meist viel größere Abmessungen (Durchmesser der Kammern 3 cm, Länge 9 cm) und gestatteten dadurch die Anwendung größerer Geschwindigkeiten des Gasstromes.

Die aus Bomben kommenden Gase gelangten über eine Elstersche Gasuhr in Vorlagen aus Kaliumpermanganatlösung, Schwefelsäure und Phosphorperoxyd, alsdann in die Ozonröhren. Es wurde berücksichtigt, daß das die Ozonröhren verlassende Gasvolumen  $V$  wegen der Vorlagen in der Röhre unter einem etwas kleineren Drucke steht und daher etwas größer ist als in der Gasuhr; ist  $m$  die gelieferte Ozonmenge, so ist  $m/V$  dessen Konzentration. Im allgemeinen wurde für jede Stromstärke eine Reihe von Versuchen gemacht, bei welchen man die Konzentration des gelieferten Ozons durch Anwendung von Gasströmen verschiedener Geschwindigkeit auf verschiedene Werte brachte. Die Reihen ließen sich bis zu den höchsten bei den Versuchen mit strömendem Gase vorkommenden Konzentrationen innerhalb der Beobachtungsfehler durch eine lineare Beziehung zwischen der Stromausbeute  $\mathfrak{A}$  und der Konzentration  $c$  darstellen, nämlich

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}^0 - \beta \cdot c.$$

1) A. W. Gray, Ann. d. Phys. 13, p. 467. 1904.

Für einige Röhren und Stromstärken wurden auch die Grenzkonzentrationen  $c_1$  bestimmt, zu diesem Zweck das ruhende Gas der Entladung hinreichend lange unterworfen und alsdann in das Absorptionsgefäß ausgetrieben, eventuell dieser Prozeß mehrmals wiederholt. Um das Volumen der Röhre zu fixieren, sperrten wir das Auslaßrohr unten am Ozonrohr durch einen Tropfen Schwefelsäure ab.

Es kommt vor, daß man bei Anwendung sehr kleiner Geschwindigkeiten für dieselbe Konzentration  $c$  verschiedene Werte von  $\mathcal{A}$  erhält, so daß man bei Strömungsversuchen zu Konzentrationen gelangt, welche höher sind, als die in der beschriebenen Weise bestimmten Grenzkonzentrationen. Solche Anomalien rühren offenbar von einem Rückgang der Ozonbildung infolge geänderter Entladungsform her und veranlaßten die Verwerfung der Versuchsreihen, in welchen sie auftraten.

#### Erster Teil.

§ 72. *Beziehung der Nullausbeute zum Druck.* Die Nullausbeute wurde in einer früheren Arbeit<sup>1)</sup> der Sauerstoffkonzentration proportional gesetzt, wächst aber nach späteren Versuchen langsamer als diese. Es soll hier eine lineare Beziehung zwischen beiden Werten angenommen werden, was bei der Ozonisierung des Sauerstoffs jedenfalls gestattet ist. Aus den letzterwähnten Versuchen<sup>2)</sup> ergibt sich für die Entladung aus negativen metallischen Spitzen gegen eine Erdplatte zwischen Drucken von 780 und 460 mm Quecksilber bei 18°

$$(1) \quad A_p^0 = A_{780}^0 (1 - (780 - p) \cdot 0,00089),$$

wo  $p$  den Druck in Millimetern Quecksilber bedeutet.

1) E. Warburg, Berliner Ber. 1900. p. 712, abgedruckt Ann. d. Phys. 9. p. 781. 1902. Die Ergebnisse dieser Arbeit, in welcher es sich um Ozonisierung des Sauerstoffs bis zu 4 Volumenprozent Ozon handelt, bleiben von dem folgenden unberührt, da die Sauerstoffkonzentration sich bei der Ozonisierung nur sehr wenig ändert. Mit den in dieser Arbeit behandelten Problemen hat sich später Chassy beschäftigt (Compt. rend. 133. p. 189—191. 1901), in einer weiteren Arbeit (Compt. rend. 143. p. 220. 1906) ist er zu dem 1900, l. c. von mir beschriebenen Differentialozonometer übergegangen.

E. Warburg.

2) E. Warburg, Ann. d. Phys. 17. p. 11. 1905.

Daraus folgt durch Extrapolation

$$A_{100}^0 = A_{160}^0 \cdot 0,42.$$

Nach A. Chassy<sup>1)</sup> ist die Nullausbeute in Ozonröhren „bei 100 mm ungefähr halb so groß als bei Atmosphärendruck“, eine Angabe, welche von dem vorstehenden Ergebnis nicht allzusehr abweicht.

Aus (1) ergibt sich für den Partialdruck des Sauerstoffs in der atmosphärischen Luft, nämlich  $p = 160$

$$A_{160}^0 = A_{730}^0 \cdot 0,47.$$

Hierunter folgen einige Werte für die Nullausbeute in 96 proz. Sauerstoff (Partialdruck 730 mm) und in atmosphärischer Luft unter sonst gleichen Verhältnissen. Es ist

$$A_{160}^0 = A_{730}^0 \cdot 0,48,$$

$i$  ist Stromdichte in Amp./qm, die Versuchsnummern sind Journalnummern.

Glasapparate. Frequenz 50.						
App.	$i$	Sauerstoff		Atmosph. Luft		$\frac{A_{\text{Luft}}^0}{A_{\text{Sauerstoff}}^0}$
		Nr.	$\eta^0$	Nr.	$\eta^0$	
I	0,146	142a—147a (Induktor ohne Nebenschluß).	228	114a—120a	70	0,31
II	0,193	29—35 (Transformator mit Nebenschluß.)	546	43—47	238	0,44
III	0,133	121a—136a (Induktor ohne Nebenschluß.)	857	114a—120a	418	0,49
Metallapparate. Frequenz 50.						
I	0,159	170a—177a } inter- 178a—184a } poliert	779	155a—163a	331	0,48
I	0,182	118—141 } 142—145 } "	734	58—62	333	0,52
II	0,187	192a—199a	1033	185a—191a	527	0,51

Die Verhältnisse im Glasapparate I sind exzeptionell (vgl. § 81). Somit erfolgt nach diesen Ergebnissen die Ozonisierung der atmosphärischen Luft in Ozonröhren bei sehr kleiner Ozonkonzentration ungefähr nach Maßgabe des Sauerstoffdruckes, d. h. so, als ob der Stickstoff nicht vorhanden wäre.

1) A. Chassy, Compt. rend. 143. p. 220. 1906.



§ 73. Ein ruhendes, gleichförmiges Gemisch von  $O_2$  und  $O_3$  werde unter konstantem Druck der stillen Entladung unterworfen und dabei die Konzentration der beiden Komponenten des Gemisches konstant erhalten. Die Sauerstoffkonzentration bei der Ozonkonzentration Null, abhängig von Druck und Temperatur, sei  $c_1^0$ ; dann ist die Zusammensetzung des Gemisches bestimmt durch die Ozonkonzentration  $c_3$  (g Ozon im cbm), und die Stromausbeute  $A$  (g Ozon pro effektive Amperestunde) ist für eine bestimmte Stromform Funktion von  $c_3$ . Die Ausbeute  $A$  werde angesehen als die Resultante aus der ozonbildenden und ozonzerstörenden Wirkung der Entladung; jene nach (1) als lineare Funktion der molekularen  $O_2$ -Konzentration betrachtet, diese der molekularen  $O_3$ -Konzentration proportional angenommen. Seien also in  $V$  cbm  $n_3$  Mol  $O_3$ ,  $n_2$  Mol  $O_2$  vorhanden, so werde gesetzt

$$(2) \quad dn_3 = J dt \left\{ m^0 - \frac{n_3^0 - n_2}{V} \cdot \gamma - a \cdot \frac{n_3}{V} \right\},$$

wo  $n_3^0$  sich auf die  $O_3$ -Konzentration 0 bezieht,  $m^0$ ,  $\gamma$ ,  $a$  von  $n_3$  unabhängig sind. Da die Ozonisierung bei konstantem Druck erfolgen soll, so ist

$$(3) \quad n_2 + n_3 = n_2^0.$$

Eliminiert man aus (2)  $n_3$  mittels (3) und setzt

$$(4) \quad \frac{48}{J} \cdot \frac{dn_2}{dt} = A, \quad \frac{48 n_2}{V} = c_3, \quad 48 m^0 = A^0,$$

so entsteht

$$(5) \quad A = A^0 \left( 1 - \frac{c_3}{c_1} \right),$$

indem

$$c_1 = \frac{A^0}{a + \gamma}.$$

Ist die Ozonkonzentration  $c_3$  bis zur Grenzkonzentration  $c_1$  fortgeschritten, so wird die Ausbeute  $A = 0$ .

Zur Bestimmung von  $\gamma$  ergibt sich aus (2) und (4)

$$A^0 = A_{760}^0 \left\{ 1 - 48 \cdot \frac{n_{2,760}^0 - n_{2,p}^0}{V} \cdot \frac{\gamma}{A_{760}^0} \right\},$$

indem man  $m^0$  auf 760 mm bezieht. Bei  $18^\circ$  ist

$$\frac{n_{2,760}^0}{V} = \frac{1000}{22,4 \cdot (1 + 18 \cdot 0,00867)} = 41,9 \text{ Mol } O_2 \text{ im cbm,}$$

ferner

$$n_{2,p}^2 = \frac{p}{760} \cdot n_{2,760}^2.$$

Daher

$$A_p^2 = A_{760}^2 \left\{ 1 - 41,9 \left( 1 - \frac{p}{760} \right) \cdot 48 \cdot \frac{\gamma}{A_{760}^2} \right\},$$

woraus durch Vergleichung mit (1)

$$(6) \quad \frac{\gamma}{A_{760}^2} = \frac{0,00089}{48} \cdot \frac{760}{41,9} = 0,000336.$$

Für atmosphärische Luft findet man

$$\frac{\gamma}{A_{760}^2} = 0,00160.$$

Befindet sich also 1 Mol  $O_3$  im cbm, so werden durch die Amperestunde  $m^0 - \gamma$  Mol  $O_3$  aus  $O_2$  gebildet,  $a = (A_0/c_1) - \gamma$  Mol  $O_3$  zerstört. Die Ausbeute  $A$  ist die Resultante dieser beiden Wirkungen. Bei der Ozonisierung des Sauerstoffs von Atmosphärendruck ist  $\gamma$  immer ein verhältnismäßig kleiner Betrag.

§ 74. *Theorie der Strömungsversuche.* Der Entladungsraum werde zylindrisch angenommen, das Gas ströme parallel der Zylinderachse, die stille Entladung sei senkrecht zur Achse gerichtet und, wie bei der Ozonröhre, längs der Zylinderachse gleichförmig verteilt. Die Ozonkonzentration  $c_3$  ändert sich längs des Rohres, sie ist gleich Null da, wo das Gas mit der  $O_2$ -Konzentration  $c_2^0$  eintritt. Die Ausbeute  $\mathfrak{A}^0$  ist zu bestimmen als Funktion der Ozonkonzentration  $c$  des austretenden Gases. Der Druck längs des Rohres werde als konstant betrachtet. Wegen der Zusammenziehung bei der Ozonisierung nimmt die Geschwindigkeit der Strömung gegen die Austrittsstelle hin ab. Die  $x$ -Achse werde in die Röhrenachse gelegt,  $u$  Meter/Stunde sei die Geschwindigkeit des Gasstromes,  $u_0$  dieselbe beim Eintritt des Gases ( $x = 0$ ). Man erhält die Gleichungen

$$(7) \quad \frac{1}{u} = \frac{1}{u^0} \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{c_3}{c_2^0} \right),$$

$$(8) \quad \frac{\partial c_3}{\partial x} = \frac{J}{l} \cdot \frac{1}{q} \cdot A \cdot \frac{1}{u} = \frac{J}{q l} A \frac{1}{u^0} \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{c_3}{c_2^0} \right),$$

wo  $A$  die Bedeutung des § 73 hat,  $q$  den Querschnitt,  $l$  die

Länge des Rohres bezeichnet. Die Integration von (8) von  $x=0$  bis  $x=l$  liefert

$$(9) \quad \begin{cases} \frac{J}{qu^0} = F(c) - F(0), \\ F(c) = \int \frac{dc_2}{A \left(1 + \frac{1}{3} \frac{c_2}{c_2^0}\right)}. \end{cases}$$

Endlich  $\mathfrak{A} = (quc)/l$ , woraus mittels (7) und (9)

$$(10) \quad \mathfrak{A} = \frac{c}{1 + \frac{1}{3} \frac{c}{c_2^0}} \cdot \frac{1}{F(c) - F(0)}.$$

Nach der Theorie des § 73 wäre in (9) für  $A$  der Wert aus (5) zu setzen. Doch möge zunächst der allgemeinere Ausdruck

$$(11) \quad A = A^0 \cdot \frac{1 - \frac{c_2}{c_1}}{1 + k \cdot \frac{c_2}{c_1}}$$

angenommen werden, welcher für  $k=0$  in (5) übergeht. Damit wird

$$(12) \quad \mathfrak{A} = \frac{A^0 (1 + c_1/3 c_2^0) c/c_1}{(1 + c/3 c_2^0) \{ - (1+k) \cdot \log_e (1 - c/c_1) + (1 - k \cdot 3 c_2^0/c_1) \log_e (1 + c/3 c_2^0) \}}.$$

$3 c_2^0$  ist für 760 mm und  $18^\circ$  für Sauerstoff ungefähr 4000 g/cbm,  $c$  erreicht selten den Wert 100, der höchste vorkommende Wert von  $c_1$  ist 211. Die Berücksichtigung der Glieder in  $3 c_2^0$  macht höchstens einen Unterschied von 1 Proz., so daß es vollkommen hinreicht, nur Glieder 1<sup>ter</sup> Ordnung in  $c/3 c_2^0$  beizubehalten. So erhält man die für die Rechnung bequeme Formel

$$(13) \quad \mathfrak{A} = A^0 \cdot \frac{1 + \frac{c_1 - c}{3 c_2^0}}{-2,303 \cdot c_1 (1+k) \cdot \frac{\log_{10} (1 - c/c_1)}{c} - k + c_1/3 c_2^0}.$$

Für kleine Werte von  $c/c_1$  wird

$$(14) \quad \mathfrak{A} = A^0 - c \cdot \frac{A^0}{2 c_1} (1+k).$$

Empirisch findet man

$$(15) \quad \mathfrak{A} = \mathfrak{A}^0 - c \cdot \beta,$$

woraus

$$(16) \quad \begin{cases} A^0 = \mathfrak{A}^0, \\ 1 + k = c_1 \cdot \frac{2\beta}{\mathfrak{A}^0}, \end{cases}$$

für  $k = 0$ 

$$(13a) \quad \mathfrak{A} = A^0 \cdot \frac{1 + \frac{c_1 - c}{3 c_2^0}}{-2,303 \cdot c_1 \cdot \frac{\log_{10}(1 - c/c_1)}{c} + c_1/3 c_2^0},$$

$$(16a) \quad \begin{cases} A^0 = \mathfrak{A}^0, \\ c_1 = \frac{\mathfrak{A}^0}{2\beta}. \end{cases}$$

§ 75. In denjenigen Fällen, in welchen der Abfall der Ausbeute mit wachsender Ozonkonzentration klein ist, nämlich bei Glasapparaten mit mäßigem Abstand der inneren Elektroden gelingt es, die Strömungsversuche nach (5) und (13a), d. h. unter der Annahme  $k = 0$ , mittels des experimentell bestimmten Wertes der Grenzkonzentration  $c_1$  befriedigend darzustellen. Dabei enthält also (13a) nur *eine* disponible Konstante, nämlich  $A^0$ . Z. B.

Glasapparat IIa. Frequenz 50. Sauerstoff.

Nr. 82a—94a.

Nr. 56a—66a.

$J \cdot 10^3 = 1,15$ ,  $p = 764$ ,  $c_2^0 = 1340$ ,  $J \cdot 10^3 = 2,16$ ,  $p = 768$ ,  $c_2^0 = 1350$ ,  
 $\theta = 19,5^\circ$ ,  $c_1 = 168$ ,  $A^0 = 467$ ,  $\theta = 20^\circ$ ,  $c_1 = 166$ ,  $A^0 = 516$ ,  
 $\beta = 1,68$ ,  $\beta = 1,79$ .

$c$	$\mathfrak{A}$ beob.	$\mathfrak{A}$ ber.	$c$	$\mathfrak{A}$ beob.	$\mathfrak{A}$ ber.
16,1	437	444	28,8	470	468
23,2	432	434	46,8	433	437
29,9	418	423	57,2	403	418
31,2	414	420	75	387	385
41,1	399	405	91	355	352
53,1	376	387	106	327	320
62,4	368	371			
68,4	360	361			
80,6	342	340			

Nr. 100a—106a.

$J \cdot 10^3 = 2,88$ ,  $p = 764$ ,  $c_2^0 = 1330$ ,  $\theta = 22^\circ$ ,  
 $c_1 = 165$ ,  $A^0 = 517$ ,  $\beta = 1,69$ .

$c$	$\mathfrak{A}$ beob.	$\mathfrak{A}$ ber.
37,7	456	453
41,7	447	446
60,0	410	413
72,3	391	393
92,1	365	350

$p$  ist der Druck,  $\theta$  die Temperatur im Ozonrohr.

Betrachten wir etwa die erste dieser Versuchsreihen. Es wurde experimentell (§ 71) die Grenzkonzentration  $c_1 = 168$  gefunden, ferner aus den Strömungsversuchen durch Extrapolation die Nullausbeute  $\mathfrak{A}^0 = 467$  abgeleitet, welche übrigens durch Anwendung größerer Geschwindigkeiten noch schärfer hätte bestimmt werden können. Diese beiden Daten genügen,

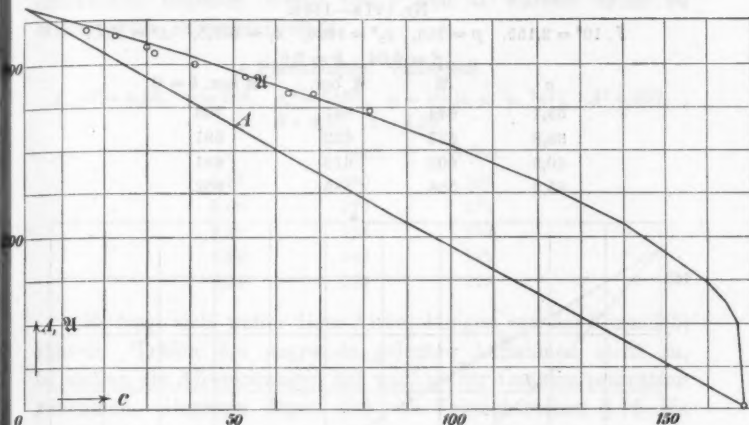


Fig. 1.

um nach (14a) für jede Konzentration die Ausbeute  $\mathfrak{A}$  zu berechnen, d. h. die  $\mathfrak{A}-c$ -Kurve zu zeichnen, was Fig. 1 geschehen ist.<sup>1)</sup> Es ist auch die  $A-c_s$ -Kurve gezogen, d. i. nach (5) die gerade Linie, welche die Punkte  $0, A^0$  und  $c_1, 0$  verbindet.

§ 76. In anderen Fällen gelingt diese Darstellung nicht, und zwar ergibt sich der aus den Strömungsversuchen gefolgerte Wert der Grenzkonzentration  $c_1$  bei Sauerstoff stets kleiner als der direkt beobachtete, d. h. also, daß die Stromausbeute bei höherer Ozonkonzentration langsamer mit dieser abnimmt, als der Ansatz (5) verlangt. Zu demselben Schluß haben bereits ältere Versuche mit dem Differentialozonometer geführt, nämlich Messungen über die Geschwindigkeit, mit welcher die Ozonisierung in einem abgeschlossenen, der stillen

1) Die beobachteten Werte von  $\mathfrak{A}$  sind durch kleine Kreise gekennzeichnet.

Entladung unterworfenen Gasvolumen sich dem Grenzwert nähert.<sup>1)</sup> Gewöhnlich gelingt in diesen Fällen die Darstellung der Beobachtungen durch den Ansatz (11) nach (13), wobei man die zweite disponible Konstante  $k$  nach (16) näherungsweise, und dann durch Probieren genauer berechnet. Z. B.:

Glasapparat III. Frequenz 50. Sauerstoff.

Nr. 121 a—136 a.

$$J \cdot 10^3 = 2,155, \quad p = 766, \quad c_2^0 = 1320, \quad c_1 = 109,5, \quad \Delta^0 = 857.$$

$$\beta = 6,04, \quad k = 0,6.$$

$c$	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{A}$ ber.	$\mathfrak{A}$ ber. $k = 0$
35,7	644	641	706
38,8	627	622	691
40,9	603	610	681
45,0	586	585	662

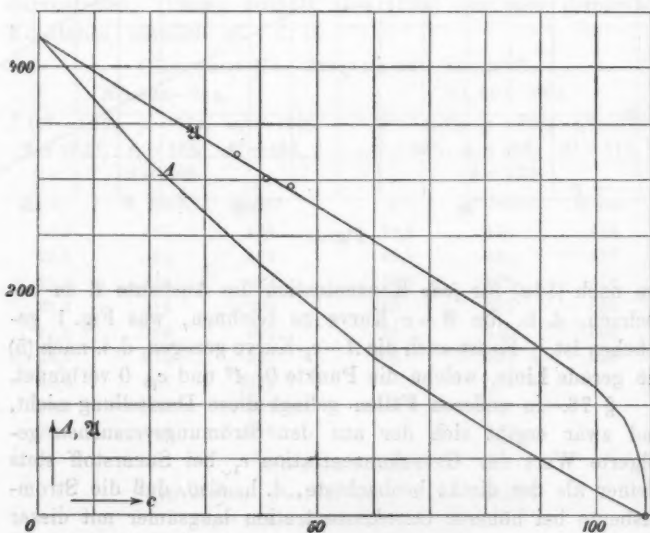


Fig. 2.

Die Reihe ist, wie man sieht, mit  $k = 0$  nicht darstellbar. Fig. 2 ist für diesen Fall die  $\mathfrak{A} - c$ -Kurve sowie die  $A - c$ -Kurve gezeichnet.

1) E. Warburg, Ann. d. Phys. 9. p. 786. 1902.

Noch viel höhere Werte von  $k$  ergeben sich für den Fall der Ozonisierung durch Gleichstromentladung aus kleinen metallischen Elektroden gegen Erdplatten. Wir berechnen, um dies zu zeigen, die auf Sauerstoff bezügliche Versuchsreihe § 40 (Ann. d. Phys. 20. p. 738. 1906), bei welcher die stille Entladung aus kleinen negativen Platinkugeln erfolgte. Nahe aneinander liegende Werte von  $c$  und  $\mathfrak{M}$  wurden dabei zu Mittelwerten zusammengefaßt.

## 4 Platinkugeln. Sauerstoff.

$J \cdot 10^9 = 0,20$ ,  $p = 788$ ,  $c_2^0 = 138^\circ$ ,  $c_1 = 98$  (l. c. p. 741),  $A^0 = 857$ ,  
 $\beta = 9,60$ ,  $k = 4,08$ .

$c$	$\mathfrak{M}$ beob.	$\mathfrak{M}$ ber.
1,85	390	389
3,85	376	374
5,28	354	357
6,85	340	346
9,34	323	323

Es fragt sich, woher diese Abweichungen von der Formel (5) rühren. Träfen die zugrunde gelegten Annahmen nicht zu, so sollten die Abweichungen mit wachsender Ozonkonzentration zunehmen. Dagegen fügen sich die Versuchsreihen § 75 bis zu Ozonkonzentrationen  $c = 90$  der Formel (5) ( $k = 0$ ), am größten ( $k = 4$ ) sind die Abweichungen in der letzten Reihe, welche mit  $c = 9$  endigt. Im allgemeinen wachsen die Abweichung mit dem Gradienten  $\beta$ . Vermutlich ist in den Fällen, in welchen  $k$  von Null verschieden gefunden wird, die bei der Ableitung von (5) stillschweigend gemachte Annahme, daß die Form der stillen Entladung von der  $O_3$ -Konzentration unabhängig ist, nicht erfüllt. Cermak<sup>1)</sup> hat beobachtet, daß der von einer positiven Spitze ausgehende Büschel beim Ozongehalt Null fächerförmig verteilt ist, aber mit steigendem Ozongehalt sich mehr und mehr zusammenzieht und verkürzt. Bei der Entladung aus einer negativen Spitze in atmosphärischer Luft wurde bei steigender Ozonisierung eine Veränderung der Lichterscheinung, zugleich eine Steigerung des Entladungspotentials von 4200 auf 7140 Volt bei konstanter Stromstärke beobachtet (§ 32, Ann. d. Phys. 17. p. 25. 1905). Andererseits ist

1) J. P. Cermak, Dissert. Berlin 1906. p. 19.

mit geringfügigen, teilweise nur mikroskopisch sichtbaren Änderungen des Spitzenlichtes in einigen Fällen eine große Veränderung der ozonisierenden Wirkung verbunden (§§ 17 und 18, 22 und 23, Ann. d. Phys. 17. p. 5 ff. 1905).

Im folgenden geben wir, um den Einfluß der verschiedenen Faktoren auf die Ozonisierung zu charakterisieren, die Nullausbeute  $\mathfrak{A}^0 = A^0$ , den Gradienten  $(\partial \mathfrak{A} / \partial c) = \beta$ , endlich  $A^0 / 2 \beta$  an, eine Größe, welche auch da, wo die einfache Formel (5) nicht zutrifft, zur Beurteilung der zu erreichenden Grenzkonzentration immerhin einigen Anhalt liefert.

#### Zweiter Teil.

§ 77. Folgende Tabelle zeigt den *Einfluß der Stromdichte i* auf die Ozonisierung.

			Sauerstoff.				
Nr.	Freq.	$J \cdot 10^3$	$i$	$A^0$	$\beta$	$A^0/2\beta$	Betrieb
Glasapparat IIa.							
82a—94a	50	1,15	—	467	1,68	139	Induktor ohne Nebenschluß
68a—74a	50	4,32	—	548	2,19	125	
Glasapparat II.							
23—28	50	1,76	0,193	536	1,83	146	Transformator mit Nebenschluß
29—35	50	2,54	0,192	546	2,23	122	
Metallapparat I.							
178a—184a	50	0,95	0,067	707	4,26	83	Induktor ohne Nebenschluß
170a—177a	50	2,58	0,182	796	4,83	82	
130—133	570	6,27 <sup>(*)</sup>	1,08	716	6,52	55	Transformator mit Nebenschluß
134—137	570	10,58 <sup>(*)</sup>	1,83	751	7,76	48	
Atmosphärische Luft.							
Glasapparat II.							
48—51	50	1,34	0,102	218	1,64	66	Transformator mit Nebenschluß
43—47	50	2,55	0,193	238	2,01	59	
Metallapparat I.							
58—62	50	2,58	0,182	383	4,73	40	Transformator mit Nebenschluß
80—84	50	2,30 <sup>(1)</sup>	0,308	404	5,76	35	

Es ergibt sich:

1.  $A^0$  nimmt mit wachsender Stromdichte zu, d. h. die Ausbeute an Ozon bei der Ozonkonzentration Null wächst schneller als die Stromdichte.



2. Der Gradient  $\beta$  wächst ebenfalls mit wachsender Stromdichte, und zwar schneller als  $A^0$ , so daß

3.  $A^0/2\beta$  mit wachsender Stromdichte etwas abnimmt. Auch für die praktisch erreichte Grenzkonzentration  $c_1$  haben wir eine kleine Abnahme mit wachsender Stromdichte gefunden, z. B. für Sauerstoff:

Apparat	$\theta$	$J \cdot 10^3$	$c_1$
Glasapparat IIa	19°	1,21	168
"	19	3,00	165
Glasapparat III	24	1,33	114
"	24	2,16	110

§ 78. *Einfluß der Stromform.* Die Stromausbeute  $\mathfrak{A}$  ist definiert als die Ozonmenge für die *effektive* Amperestunde. Da aber der durch die Ozonröhre gehende Strom nicht sinusförmig ist, so fragt es sich, ob auf die so definierte Stromausbeute die *Form* der Stromkurve Einfluß hat. Das ist tatsächlich der Fall, wie die folgenden Versuche zeigen.

Der Metallapparat I wurde mit dem eisengeschlossenen Transformator und Nebenschluß bei einer Frequenz 50 und einer effektiven Stromdichte  $i = 0,093$  ( $J \cdot 10^3 = 1,32$ ) betrieben. Es ergab sich für  $c = 7,48$   $\mathfrak{A} = 624$ ;  $c = 14,7$   $\mathfrak{A} = 591$ , woraus

$$(18) \quad \mathfrak{A} = 658 - 4,57 \cdot c.$$

Nun wurde die Betriebsweise der Ozonröhre in verschiedener Weise geändert, aber immer auf denselben Effektivwert der Stromstärke eingestellt. Dabei ergab sich

$c$	$\mathfrak{A}$	Betrieb	
9,68	732	Transformator ohne Nebenschluß	
"	614	" mit "	[ber. aus (18)]
9,23	760	Induktor ohne Nebenschluß	
"	616	Transformator mit Nebenschluß	[ber. aus (18)]
8,26	654	Induktor ohne Nebenschluß	
"	614	Transformator mit Nebenschluß	[ber. aus (18)]

Die Stromausbeute wird also bei gleichem Wert der effektiven Stromstärke in recht erheblicher Weise durch die Stromform beeinflusst. Zur näheren Prüfung dieses Verhaltens wurde bei Anwendung des Transformators mit und ohne Neben-

schluß auch die mittlere Stromstärke gemessen, dazu unter Anwendung eines Synchronmotors nur *eine* Phase des Wechselstromes durch das Galvanometer geschickt. Die mittlere Stromstärke ist dann das Doppelte der vom Galvanometer angezeigten. Es ergab sich für  $c = 9,68$ :

$E_a$ , off.	$J_{\text{off.}} \cdot 10^3$	$J_{\text{mittl.}} \cdot 10^3$	$\mathfrak{A}$	Betrieb
7600	1,32	1,05	732	Transformator ohne Nebenschluß
7100	"	0,90	614	" mit "

Es zeigt sich, daß  $\mathfrak{A}$  ungefähr der mittleren Stromstärke proportional ist, unter dieser Annahme berechnet man für den zweiten Versuch  $\mathfrak{A} = 627$  statt 614.

§ 79. *Einfluß der Temperatur.* Mit dem Metallapparat I wurden unter sonst gleichen Verhältnissen (Frequenz 50, Betrieb durch den Transformator mit Nebenschluß) Versuche mit Sauerstoff bei verschiedenen Temperaturen gemacht, nämlich 1. indem innen im Metallrohr sich Eis befand, außen ein Bad von  $+20^\circ$ , 2. indem überall die Temperatur  $20,5^\circ$  oder 3.  $39^\circ$  gehalten wurde. Es ergab sich

$\theta$	$\mathfrak{A}$	$\beta$
$0-20^\circ$	658	4,57
$20,5^\circ$	699	7,68
$39^\circ$	660	9,39

Mit steigender Temperatur ändert sich also die Nullausbeute verhältnismäßig wenig, während der von der Desozonisierungskonstante  $a$  abhängige Gradient  $\beta$  (§§ 73 und 74) bedeutend wächst. Beides ist in Übereinstimmung mit älteren Ergebnissen.<sup>1)</sup>

§ 80. *Verhalten verschiedener Apparate.* In der folgenden Tabelle sind außer den bisher verzeichneten Werten angegeben: die technische Ausbeute  $\mathfrak{B}$  ( $g$  Ozon für die Kilowattstunde) für die Ozonkonzentrationen  $c = 0, 4, 10$ , also  $\mathfrak{B}^0$ ,  $\mathfrak{B}^4$ ,  $\mathfrak{B}^{10}$ ; <sup>2)</sup> der Gradient  $\beta_{\mathfrak{B}}$  in der Gleichung  $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}^0 - \beta_{\mathfrak{B}} \cdot c$ ; die Grenzen der Konzentrationen  $c$ , aus welchen die angegebenen Werte von  $\mathfrak{A}^0$ ,  $\beta$ ,  $\mathfrak{B}^0$ ,  $\beta_{\mathfrak{B}}$  abgeleitet wurden; der

1) E. Warburg, Ann. d. Phys. 9. p. 788. 1902; E. Warburg u. G. Leithäuser, Ann. d. Phys. 20. p. 757. 1906.

2) Für Sauerstoff ist nur  $\mathfrak{B}^0$  verzeichnet.

Glasapparate Frequenz 50.  
Sauerstoff.

App.	Nr.	$J \cdot 10^3$	$J/J'$	$J/J''$	$J_1 \cdot 10^3$	$J/J_1$	$i$	$E_a$	$p$	$\Theta$	Grenz. $c$	$\eta^\circ$	$\beta$	$\eta^\circ/2\beta$	$\beta^\circ$	$\beta_3$	$\beta^{10}$	$\cos q$
I	142-147	2,88					0,146		767	19,6°	18-40	228	0,78	156				
II	56-66	2,16					—		768	20	29-106	516	1,79	144				
III	121-136	2,16					0,134		766	24	36-45	857	6,04	71				
II	23-28	1,77					0,134	12100	761	21,2	16-75	586	1,88	146	188	0,86		0,248
III	8-12	1,37					1,77	0,085	11500	752	22,6	14-64	889	6,18	71	153	1,14	0,524

Atmosphärische Luft.

I	76-79	2,49					1,65	0,182	8050	767	21°	4-17	65,7	0,90	36,5	45,5	0,72	41,9	38,8	0,185
II	43-47	2,55					2,07	0,198	16900	768	21,4	9-24	238	2,01	59,2	56,8	0,45	55,1	52,3	0,243
III	52-57	2,58					2,20	0,190	17500	762	21,7	15-34	451	7,22	31,2	60,1	0,90	56,1	51,1	0,415

Metallapparate.

Sauerstoff. Frequenz 50.

I	170-177	2,58					0,182		752	19,8°	23-88	796	4,88	82,4					
II	192-198	2,92					0,187		755	19,1	20-58	1033	9,25	55,8					

Frequenz 520.

I	90-93	7,29 <sup>(w)</sup>	9,38	0,497	3,35		2,18	1,26	8160	758	22°	34-44	819	9,25	44,3	164	1,67		0,568
II	98-103	9,77 <sup>(w)</sup>	19,5	0,455	3,29		2,97	1,57	11900	755	18,5	20-30	1151	22,9	25,2	148	2,98		0,632

Atmosphärische Luft. Frequenz 50.

I	58-62	2,58					2,48	0,182	10800	763	21,2°	8-29	288	4,73	40,5	82,6	1,04	78,4	72,2	0,431
II	63-75	2,63					2,83	0,199	13900	763	20,8	12-20	456	11,3	20,2	68,4	1,51	62,4	53,3	0,450

Frequenz 100.

I	71-74	2,30 <sup>(w)</sup>	10,5	0,544	0,964		2,39	0,308	9480	765	21°	10-16	357	3,46	51,6	85,2	0,95	81,4	75,7	0,451
II	66-70	2,28 <sup>(w)</sup>	17,4	0,407	0,857		2,66	0,280	12300	765	20,7	9,5-12	426	12,7	16,8	69,0	1,50	63,0	54	0,447

Frequenz 510.

I	108-112	9,15 <sup>(w)</sup>	10,7	0,555	3,76		2,43	1,58	9340	756	18,2°	5,8-11	389	10,6	18,3	71,9	1,48	66,0	57,1	0,537
II	104-107	7,38 <sup>(w)</sup>	14,7	0,344	3,28		2,25	1,19	12100	755	18,5	7,2-10	6,500	22,0	11,4	74,7	4,17	58,0	38,0	0,704

Leistungsfaktor  $\cos \varphi$ ; endlich die Werte  $J/J'$ ,  $J/J''$ ,  $J_1 \cdot 10^3$ ,  $J/J_1$  zur Begründung des in § 65 der vorigen Abhandlung Gesagten, auf welche wir auch bezüglich der Bedeutung jener Werte verweisen. Der Betrieb der Ozonröhren erfolgte bei den mit dem Index  $a$  versehenen Versuchsreihen durch den Induktor ohne Nebenschluß, sonst durch den eisengeschlossenen Transformator mit Nebenschluß.

§ 81. *Diskussion.* 1. Betrachten wir zunächst die ersten drei auf Sauerstoff in Glasapparaten bezüglichen Versuchsreihen, so zeigt sich, daß mit wachsendem Abstand der inneren Elektroden sowohl die Nullausbeute  $\mathfrak{A}^0$  als auch der Gradient  $\beta$  steigt, dieser aber schneller als jene, so daß der für die zu erreichende Grenzkonzentration  $c_1$  charakteristische Quotient  $\mathfrak{A}^0/2\beta$  sinkt.  $c_1$  wurde hier auch direkt bestimmt und ergab sich für die Apparate I, IIa, III bzw. zu 211, 166, 112. Dasselbe Verhalten zeigen mit einer gleich zu besprechenden Ausnahme sämtliche Versuchsreihen.

Die Erklärung davon scheint folgende zu sein. Nach früheren Ergebnissen übt nur der leuchtende Teil der Entladung eine merkliche ozonisierende Wirkung aus (§ 19 Ann. d. Phys. 17. p. 7. 1905). An der Kathode erstreckt sich nun dieser Teil nur bis zu einer äußerst kleinen Entfernung von der Elektrodenoberfläche<sup>1)</sup>, die Ausbildung des leuchtenden Teiles an der Kathode muß daher in weiten Grenzen unabhängig sein von dem Abstand der inneren Elektroden, d. h. von der Dicke des Entladungsraumes. Umgekehrt vergrößert sich der von der Anode ausgehende positive Büschel mehr und mehr mit wachsender Dicke des Entladungsraumes, die er ganz ausfüllt. In früheren Versuchen mit Gleichstromentladung aus kleinen Elektroden gegen dunkel bleibende Erdplatten wurde die ozonisierende Wirkung im anodischen Büschel und im kathodischen Glimmlicht getrennt beobachtet, es ergab sich, daß jene durch große Nullausbeute und großen Gradienten  $\beta$ , diese durch kleinere Nullausbeute und kleineren Gradienten charakterisiert ist (ozonisierende und desozonisierende Wirkung sind dort größer als hier), vgl. § 42, Fig. 1 und 2 Ann. d. Phys. 20. p. 740. 1906. Das erwähnte Verhalten der

1) E. Warburg, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 6. p. 209. 1904.

Ozonröhren findet also seine Erklärung dadurch, daß mit wachsender Dicke des Entladungsraumes die Wirkung im anodischen Büschel gegen die Wirkung im kathodischen Glimmlicht mehr und mehr hervortritt.

Die oben erwähnte Ausnahme zeigt sich bei der sechsten und siebenten Versuchsreihe in dem Verhalten der atmosphärischen Luft bei kleinem Abstand der inneren Elektroden. Wird nämlich der Elektrodenabstand im Glasapparat von 1,4 mm auf 0,5 mm herabgesetzt, so sinkt die Nullausbeute  $\mathfrak{A}^0$  sehr stark, in stärkerem Verhältnis als der Gradient  $\beta$ , so daß der Quotient  $\mathfrak{A}^0/2\beta$  abnimmt. Auch dieser Umstand findet seine Erklärung durch frühere Versuche mit metallischen Spitzen. Durch Reduktion des anodischen Büschels auf eine dünne Lichthaut wird nämlich die Nullausbeute in atmosphärischer Luft außerordentlich stark herabgesetzt, auf weniger als den zehnten Teil (§ 35 Ann. d. Phys. 17. p. 25. 1905; § 56 Ann. d. Phys. 20. p. 756. 1906), viel stärker als bei Sauerstoff (§ 10 Ann. d. Phys. 13. p. 472. 1904), auch das kathodische Glimmlicht liefert, wenn der positive Büschel  $\gamma$  (§ 23 Ann. d. Phys. 17. p. 10, 1905) sich nicht ausbilden kann, nur wenig Ozon (§ 34 Ann. d. Phys. 17. p. 25. 1905). Diesen Bedingungen nähert man sich aber mit abnehmender Dicke des Entladungsraumes.

§ 82. 2. Im allgemeinen ist der Quotient  $\mathfrak{A}^0/2\beta$  für Metallapparate kleiner als für Glasapparate; man gelangt in der Tat mit den Glasapparaten zu höheren Ozonkonzentrationen. Übrigens treten die am Ende des § 71 erwähnten Anomalien, welche bei kleinen Geschwindigkeiten, hohen Konzentrationen sich zeigen, bei Metallapparaten in höherem Maße auf als bei Glasapparaten.

§ 83. 3. Für die Praxis handelt es sich besonders um die technische Ausbeute  $\mathfrak{B}$ , und zwar kommt bis jetzt vorzugsweise die Ozonisierung der atmosphärischen Luft zum Zweck der Trinkwasserreinigung in Betracht, wobei man gewöhnlich Ozonkonzentrationen von 4–5 g/cbm benutzt, aber auch schon bis etwa 10 hinaufgegangen ist.<sup>1)</sup> Dafür sind nach der Tabelle die Metallapparate den Glasapparaten entschieden vorzuziehen,

1) Ohlmüller u. Fr. Prall, Arbeiten aus d. Kaiserl. Gesundheitsamt 18. p. 425. 1902.

sie geben (§ 68) größeren Leistungsfaktor, bei gleicher Spannung stärkeren Strom und bei nicht zu großem Elektrodenabstand hohe Stromausbeute. Hohe Frequenz bringt den Vorteil großer Strombelastung<sup>1)</sup> und großen Leistungsfaktors, dagegen nach der Tabelle den Nachteil eines hohen Gradienten  $\beta$ . Die folgende Tabelle gibt eine übersichtliche Zusammenstellung des von uns erreichten.

Atmosphärische Luft. Metallapparate.						
App. I $d = 2,26$ mm = Dicke des Entlad.-Raumes				App. II $d = 4,66$ mm		
Frequenz	$\beta^4$	$\beta^{10}$	$i$ Amp/qm	$\beta^4$	$\beta^{10}$	$i$
50	78,4	72,2	0,182	62,4	53,3	0,169
100	81,4	75,7	0,308	63,0	54	0,280
510	66,0	57,1	1,58	58,0	33	1,19

Welche Bedingungen für technische Betriebe am vorteilhaftesten sind, wird von Fall zu Fall zu entscheiden sein auf Grund von Erwägungen, für welche die mitgeteilten Ergebnisse in Betracht zu kommen scheinen. Jedenfalls haben wir durch Ozonröhren höhere Ausbeuten erzielt, als durch Entladung aus metallischen Elektroden, bei welchen wir über  $\beta_4 = 36$  nicht hinauskamen.

Die von uns mit Ozonröhren erhaltenen Ausbeuten sind im allgemeinen wesentlich höher als die in vorliegenden Angaben mitgeteilten. Wir verzichten indessen darauf, diese Angaben hier anzuführen, weil die Art der Leistungsmessung nicht angegeben ist, und beschränken uns darauf, die Stellen zu zitieren, an welchen die uns bekannt gewordenen Angaben sich finden.<sup>2)</sup>

1) Für Frequenzen von ungefähr 560 waren Strombelastungen kleiner als die in der Tabelle verzeichneten nicht zulässig, weil sonst nur ein Teil des Entladungsraumes vom Strom durchflossen wird.

2) M. Otto, Ann. chim. et phys. (7) 13. p. 105. 1898, wo der ausnahmsweise hohe Wert  $\beta^5 = 211$  gegeben wird, freilich  $\beta^{13,3}$  nur 50,4; H. Chaumat, Bull. sciences de la soc. franc. de phys. p. 138. 1905; A. W. Ewell, Phys. Rev. 22. p. 238. 1906; G. Erlwein, Städtezeitung Jahrg. 3. p. 293. 1906.

(Eingegangen 6. November 1908.)

### 3. Experimentelles Verhalten und Theorie des Apparates zur Geschwindigkeitsmessung der Röntgenstrahlen; von *Erich Marx*.

#### I. Einleitung.

Der Apparat, mit Hilfe dessen ich die Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen gemessen habe, ist ein Nullapparat. Für die Messung selbst ist aus diesem Grunde die Kenntnis der speziellen Funktion des Apparates nur insofern wesentlich, als sie die Vorgänge an der Null selbst betrifft; hierbei ist Voraussetzung, daß eindeutig bewiesen ist, daß der Apparat als Nullapparat funktioniert. Aus diesem Grunde erschien es seinerzeit hinreichend, in der ersten größeren Veröffentlichung<sup>1)</sup> über den Gegenstand die theoretische Seite des Apparates nur soweit zu diskutieren, als sie das Verhalten des Apparates an der Null selbst betraf. — Es ist mir aber selbstverständlich nie zweifelhaft gewesen, daß es auch für eine Nullmethode durchaus wünschenswert ist, die Funktion der bei dieser benutzten Apparate in allen Einzelheiten kennen zu lernen. Ich habe deshalb in verschiedenster Richtung versucht, die komplizierten Verhältnisse, die im Apparat jenseits der Null herrschen, aufzuklären und habe bereits hierüber, veranlaßt durch eine Diskussion über den Gegenstand, Bericht erstattet, bevor die Untersuchung experimentell zu dem Abschluß gekommen war, den ich seinerzeit abzuwarten beabsichtigte.<sup>2)</sup> Dies scheint mir jetzt erreicht; und ich will in folgendem die Theorie des Apparates in möglichst gedrängter Form, und so übersichtlich als mir dies möglich ist, zu geben versuchen.

Dies ist wegen der großen Anzahl von Effekten, welche die Röntgenstrahlen in einem Entladungsgefäß mit Luft von einigen Millimetern Druck bei bestrahlten Elektroden hervor-

1) E. Marx, Verh. d. k. S. Ges. d. Wissensch. 29. p. 445. 1906. Abgedruckt in den Ann. d. Phys. 20. p. 677. 1906.

2) E. Marx, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 10. p. 137. 1908.



rufen, nicht ganz einfach. Hier drängt sich die Frage auf, ob es nicht möglich ist, die Komplikation, die darin liegt, daß in diesem Falle fast alle bekannten Effekte der Röntgenstrahlen in Betracht kommen, dadurch zu vermeiden, daß man einige dieser Effekte durch Modifikation der Methode eliminiert. In dieser Richtung wäre das Nächstliegende, die Luft völlig zu entfernen und dadurch sämtliche Ioneneffekte auszuschalten. Es ist vielleicht nicht ausgeschlossen, daß dieser Weg zum Erfolg führt, wenn man die Beeinflussung periodisch erzeugter Kathodenstrahlen mit Hilfe eines Kondensators versucht, der mit dem schwingenden System durch die Brücke gekoppelt ist. Die große Schwierigkeit aber, die mich von diesem Wege bisher zurückhielt, bzw. abbrachte, ist die, daß die von den X-Strahlen an einem Metallblech erzeugten Kathodenstrahlen, Geschwindigkeiten besitzen, die bis zu 60000 Volt äquivalent sind. Ihre elektrostatische Beeinflussung durch einen ablenkenden Kondensator würde sich natürlich schon mit sehr viel weniger Spannung bewirken lassen, aber dann muß man mit ausgeblendeten Strahlen arbeiten, und die zu erwartenden Effekte rücken an die Grenze der Beobachtung. Wollte man aber eine elektrostatische Beeinflussung der gesamten frei werdenden Strahlung versuchen, so müßte man Spannungen des alternierenden Stromes bis zu 60000 Volt an den Nullapparat heranbringen. Solche Potentialamplituden aber in den Sekundärkreis zu verlegen, und hierbei Eigenschwingungen und stehende Wellen in demselben zu vermeiden, erscheint mir eine nicht zu überwindende Schwierigkeit.

Ein zweiter, möglich erscheinender Weg wäre vielleicht der, bei sehr hohem Druck zu arbeiten, um auf diese Weise die Feldentladung und die Oberflächeneffekte auszuschließen, und nur die in statu nascendi bei der Ionisation zwischen zwei Kondensatorplatten frei werdenden Elektronen zu verwenden. Es ist mir aber bisher nicht geglückt, auf diesem Wege weiter zu kommen und die Schwierigkeiten sind wegen der notwendigen Größe der Kondensatorplatten und der mit ihr wachsenden Schwierigkeit, stehende Wellen im Sekundärkreise zu vermeiden, äußerst große. Man darf nämlich weder hier, noch bei meiner Anordnung mit der Spannungsamplitude der End-



platte des Sekundärsystems zu weit heruntergehen, weil sonst die resultierende Geschwindigkeit der Elektronen nicht mehr groß genug wird (vgl. diese Abb. Kap. IV. 1.), um in der Zeit der Dauer der bestrahlten Phase den Weg bis zum Faradayzylinder bzw. bis zur zweiten Kondensatorplatte zurückzulegen. Bei höheren Spannungen aber kommt man, bei einigen Millimetern Druck, unter der Einwirkung der Röntgenstrahlen notwendig in das Gebiet der Feldentladung. Und alle Versuche, die Methode zu modifizieren, führten mich schließlich immer wieder auf die beschriebene Anordnung zurück.

Aus diesen Gründen erscheint es, wie ich denke, nicht überflüssig, daß ich versucht habe, die zwar nicht einfache, aber bisher nicht ersetzte Methode nach Möglichkeit in den Einzelheiten aufzuklären. Es erscheint durchaus möglich, daß es mir gelingen wird, alle Schwierigkeiten der Methode in experimenteller Hinsicht, speziell die, aus physikalischen Gründen sich bisher noch ergebende Labilität der Einstellung, so weit zu beseitigen, daß die Methode zu einer beliebig vorher bestimmbaren Zeit demonstrierbar ist, aber ganz unabhängig hiervon, erscheint mir der Hinweis nicht überflüssig, daß bisher jede, seinerzeit unbekannte Wirkung der Röntgenstrahlen, die für den Apparat in Betracht kommt, sich, getrennt untersucht, so erwiesen hat, wie dies aus dem Verhalten des Nullapparates vorauszusehen war. Hier in dieser Arbeit werde ich zeigen, daß es trotz der Mannigfaltigkeit des Zusammenwirkens der Effekte, doch möglich ist, sich ein klares Bild über die Funktion des ganzen Apparates zu verschaffen. Denn wenn auch viele Effekte hier zusammenwirken, so ist doch die Funktion des Apparates insofern leicht zu übersehen, als die einfachsten und unmittelbarsten Folgerungen, die additiven Eigenschaften der in ihrer Wirkung bekannten und getrennt vom Apparat unter vereinfachten Bedingungen untersuchten Effekte hinreichen, sie vollständig zu übersehen.

## II. Die Methode der Geschwindigkeitsmessung und die experimentelle Grundlage ihrer Durchführung.

### § 1. Die Methode.

Eine kleine Röntgenröhre wird mit Hertzschen Wellen betrieben. Unterhalb der Röhre ist in einem Entladungsrohr

eine Elektrode *B*, die durch einen kleinen Kondensator über eine verstellbare Brücke, wie Fig. 1 zeigt, gekoppelt ist. Bei der Verschiebung der Röhre soll unten veränderte Phase der Schwingung von den Strahlen angetroffen werden (Fig. 1). Die

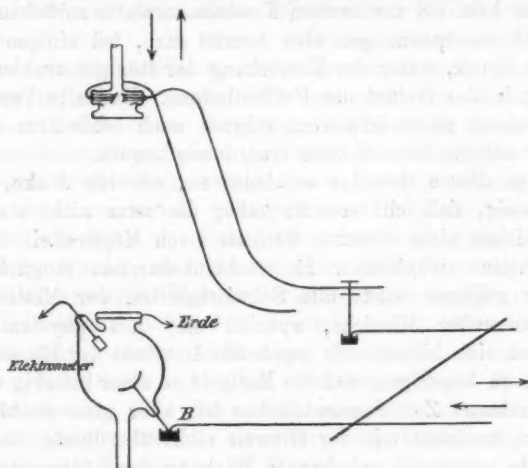


Fig. 1.

angetroffene Phase soll sich durch Elektrometerrausschläge so zu erkennen geben, daß positive Phase positive Ausschläge, negative Phase negative Ausschläge ergibt. Die Röhrenverschiebung soll durch Veränderung der Brückenstellung kompensiert werden, indem die angetroffene Phase von der Weglänge bis zu *B* hin abhängt. Alsdann ist die bekannte Zeit, welche die Welle braucht, um die doppelte Brückenverschiebung zurückzulegen, gleich der unbekannten Zeit, welche die Röntgenstrahlen brauchen, um die Verschiebungstrecke zurückzulegen.

## § 2. Prüfung der experimentellen Grundlagen.

1. *Alleinige Wirkung der Röntgenstrahlen:* Es muß der elektrostatische Schutz so vollkommen sein, daß kein Elektrometerrausschlag bei Einschaltung der Röhre eintritt, solange ein Bleiblech auf dem absolut ge-

geschlossenen elektrostatischen Schutzkasten liegt. Erst Wegziehen des Bleibleches darf Elektrometerausschläge verursachen.

2. Diese Ausschläge müssen sich mit der Entfernung von B ändern. Ist dies nicht der Fall, so sind Eigenschwingungen, stehende Wellen usw. vorhanden.
3. Es muß unter Innehaltung dieser „Bleikriterien“ 1 und 2 sich die Hertzsche Welle durch Elektrometerausschläge erweisen lassen.

### III. Experimenteller Beweis der Eindeutigkeit der Methode.

1. Es zeigt sich, daß, unter Innehaltung dieser Grundlagen 1.—3., und bei völliger Symmetrie der Anordnung, polar entgegengesetzte Ausschläge eintreten, wenn die Brückenleitung, anstatt vom Kathodendraht der Röntgenröhre (vgl. Fig. 1), vom Anodendraht aus abgezweigt wird.

2. Diese Umkehr läßt sich bei gewissen, enger umgrenzten Brückenlängen ebenfalls ausführen, durch Drehung der Röntgenröhre um  $180^\circ$ .

3. Eine Verschiebung der Röntgenröhre um  $a$  mm ergibt eine Kompensationsstellung der Brücke bei  $\frac{1}{2}a$  oder bei  $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}\lambda$  oder bei  $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}\lambda$ , wenn  $\lambda$  die Wellenlänge ist, welche die Einstellung bedingt.

4. Alle angestellten Versuche ergeben Gleichheit der Verhältniszahl Brückenverschiebung : Röhrenverschiebung, unabhängig von der Größe der Verschiebung. In der Konstanz dieses Verhältnisses liegt eine Prüfung auf Fehlerfreiheit. Eine *Petitio principii* ist hierin nicht enthalten, denn nicht die Größe dieses Verhältnisses, also nicht die gesuchte Größe, sondern ihre Konstanz bei Veränderung der Parameter ist Kriterium der Stichhaltigkeit der Methode.

### IV. Experimentelles Verhalten des Apparates.

Sind die Hauptfehlerquellen, die in den Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 10. p. 157—201 ausführlich behandelt sind, vermieden, so daß die in III. angeführten Experimente gelingen, so zeigt sich:

1. Die Lage der Null auf dem Brückendraht ist bei Einwirkung der Röntgenstrahlen durch ein Pendeln der Elektrometernadel um den Nullpunkt erkenntlich.

2. Die Einstellung der Null weist eine Einstellungsschärfe von etwa 2 mm Brückenverschiebung auf.

3. Die Lage der Nullstellen auf den Brückendrähten ist in relativ weiten Grenzen unabhängig von der Intensität der Röntgenstrahlen.

4. Ist der Druck im Auffanggefäß zu niedrig, so ist auf den Brückendraht in jeder Stellung der Brücke negativer Ausschlag.

5. Ist der Druck zu hoch, so ist auf dem Brückendraht in jeder Stellung der Brücke positiver Ausschlag.

6. Konstanz der Nullpunkte ist nur zu erreichen bei konstantem Verhältnis des Luftdruckes im Röntgenrohr zu dem im Auffanggefäß. Hoher Druck in *B* (Fig. 1) erfordert härtere Strahlen, also niederen Druck im Röntgenrohr, dagegen weiche Röntgenstrahlen, niederen Druck in *B* (Notwendigkeit der „Abstimmung der Vacua“).

7. Ist der Druck so reguliert, daß auf den Brückendrähten polar entgegengesetzte Elektrometerausschläge auftreten, deren Umkehrpunkte durch die Hertzsche Welle bedingt sind, so zeigt sich:

a) Die auf den Drähten nachweisbaren Nullpunkte liegen in größerem Bereich des Druckes so, daß die Summe der positiven und negativen Strecken gleich  $\frac{1}{2}\lambda$  ist.

b) Diese Konstanz gilt lediglich für die Summe, nicht für die positiven und negativen Teilstrecken, die zusammen  $\frac{1}{2}\lambda$  ergeben. Und zwar nehmen, bei geringer Erniedrigung des Druckes, die negativen Gebiete auf dem Brückendraht auf Kosten der positiven zu; bei Erhöhung des Druckes tritt das Umgekehrte ein.

c) Die Ausdehnung der positiven und der negativen Gebiete auf dem Brückendraht ändert sich, nicht nur bei Änderung des Druckes im Rohre *B*, sondern auch bei Änderung des Druckes im Röntgenrohr, und zwar derart, daß härtere Strahlen Ausdehnung der negativen Gebiete verursachen, weiche das Umgekehrte.

8. Die positiven Elektrometerausschläge sind so schwach, daß sie eine sehr hohe Elektrometerempfindlichkeit verlangen (bei mir unkommutiert, 400 mm für 0,1 Cl bei 2 m Skalenabstand) und erklären sich völlig aus der Größe der Ionisationseffekte der Röntgenstrahlen.

9. Die negativen Elektrometerausschläge sind im Gegensatz zu den positiven so groß, daß sie nur durch Eintritt einer Feldentladung zu erklären sind. Bei den größten negativen Ausschlägen wird auch ein im Dunkeln wahrnehmbares Leuchten des Gases bemerkbar. Dies tritt niemals bei positiven Ausschlägen und niemals an der Null auf.

Es sind mir keine Eigenschaften des Apparates von irgend in Betracht kommender Bedeutung bekannt, die nicht in diesen neun Sätzen enthalten sind. Die theoretische Erklärung aller dieser Beobachtungen enthält Kap. VI. Im folgenden Kapitel ist eine Zusammenstellung sämtlicher von den Röntgenstrahlen ausgeübter Effekte enthalten, die in dem Apparat in Betracht kommen.

#### V. Eigenschaften der Röntgenstrahlen, die im Apparat in Erscheinung treten.

Die in Betracht kommenden Effekte, die sich sämtlich unter vereinfachten Bedingungen außerhalb des Apparates untersuchen lassen, werden wir in drei Klassen ordnen; und zwar in:

##### 1. Ionisationseffekte im Gase:

- a) direkt durch die Röntgenstrahlen erzeugte;
- b) indirekt durch die von den Röntgenstrahlen frei gemachten  $\beta$ - und  $\delta$ -Strahlen erzeugten.

##### 2. Oberflächeneffekte:

- a) an der Pt-Elektrode  $\beta$ - und  $\delta$ -Strahlen;
- b) am Al-Fenster: ganz schwache  $\delta$ -Strahlen<sup>1)</sup>, starke  $\beta$ -Strahlung (Braggs Emergence-Radiation).<sup>2)</sup>

1) W. Wien, Gött. Nachr. 1908.

2) W. H. Bragg, Trans. of the Royal. Soc. of South Australia 32. 1908.

## 3. Feldentladung:

a) wird die Pt-Elektrode durch ein geerdetes Al-Fenster positiv angetroffen, so tritt Erhöhung des Entladungspotentials bis zu 30 Proz. ein<sup>1)</sup>;

b) wird die Pt-Elektrode negativ angetroffen, so tritt Erniedrigung des Entladungspotentials bis zu 40 Proz. ein;

c) Effekt 3 a) zeigt Trägheit, indem, nach Abblenden der Röntgenstrahlen einige Zeit vergeht, bis der Anfangszustand des Gases wieder eingetreten ist, in welchem die Entladung übergehen kann.

Zu 3. ist folgendes zu bemerken: Die Erscheinung 3 a) ist eine Ionisationserscheinung, die folgendermaßen zustande kommt. An einer röntgenbestrahlten Pt-Elektrode werden nicht nur schnelle  $\beta$ -Strahlen und ganz langsame  $\delta$ -Strahlen, sondern auch Elektronen von einer Geschwindigkeit frei, die durch Spannungen von der Größenordnung von 1000 Volt weder ganz zurückgehalten noch (praktisch) unbeeinflusst bleiben. Diese durch elektrostatischen Einfluß bei + Ladung verlangsamten Elektronen haben zum Teil keine hinreichende Geschwindigkeit zur Stoßionisation, lagern sich infolgedessen an die Moleküle des Gases an, und bilden so in unmittelbarer Nähe der Anode, im Gase ein Gebiet *negativer Volumladung*. Hierdurch muß notwendig der Anodenfall ansteigen, also muß bei konstanter Klemmenspannung das Kathodengefälle sinken, so daß die Feldentladung erschwert wird.

Die Erscheinung 3 b) ist, wie leicht zu sehen, dadurch verständlich, daß in einiger Entfernung von der Kathode durch Absorption der beschleunigten  $\delta$ -Strahlen ein Gebiet großer Leitfähigkeit sich bildet. Dadurch steigt dicht an den Elektroden, speziell an der maßgeblichen Kathode, das Gefälle und die Entladung geht leichter über als ohne Röntgenstrahlung.

Die Erscheinung 3 c) folgt aus der bekannten nach Sekunden zählenden Rekombinationszeit der Ionen in verdünnten Gasen. Erst nach Verschwinden der negativen Ionen an der Anode kann der Anodenfall sinken, also das Kathodengefälle steigen. Daß diese Trägheitserscheinung dem Auftreten der hier in

1) E. Marx, Ber. d. k. S. Ges. d. Wissensch. 60. p. 248—266. 1908; auch Physik. Zeitschr. 9. p. 731. 1908.

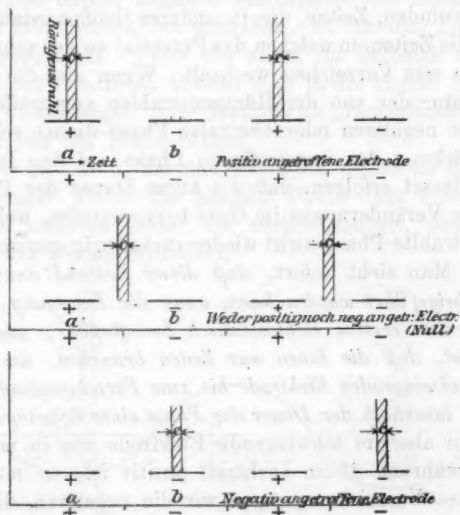
3. diskutierten Polarität der Feldentladung im Nullapparat notwendig günstig sein muß, ist leicht einzusehen, und wird weiter unten in Kap. VI, § 3, ausführlich diskutiert.

#### VI. Theorie des in III. zusammengestellten experimentellen Verhaltens des Apparates.

Im Interesse der Übersichtlichkeit der Darstellung werden die im Apparat auftretenden Erscheinungen genau wie in Kap. V in drei Klassen geteilt werden, und zwar in:

1. Ionisationseffekte im Gase (Volumenionisation).
2. Ionisationseffekte an den Elektroden und Gefäßwänden (Oberflächeneffekte).
3. Feldentladung.

Alle drei Gruppen sind im wesentlichen auf Polarität zu prüfen. — Um die hierin liegende Fragestellung klar zu machen, dazu diene das Schema der Fig. 2.



Veränderung der angetroffenen Phase bei Änderung der Brückenstellung um  $\lambda/4$ .

- a* = Zeitdauer der positiven Phase.  
*b* = " " negativen "  
*c* = " " Röntgenstrahlen.

Fig. 2.



Die Röntgenstrahlen, welche die schwingende Elektrode treffen, gehen nur während eines Bruchteiles der Dauer der negativen Phase der Kathode während der Zeit  $c$  von dem (nicht gezeichneten) Röntgenrohre aus. Demnach treffen sie nur halb so oft die (gezeichnete) bestrahlte, während der Zeit  $a$  positive, während  $b$  negative, Elektrode, als an dieser Vorzeichenwechsel erfolgt. Hiernach ist das Schema der Fig. 2 verständlich. Die Fragestellung nach Polarität der einzelnen Effekte fällt demnach mit der Fragestellung zusammen: *Sind die durch die Röntgenstrahlen hervorgerufenen und elektrometrisch indizierten Wirkungen abhängig von der von ihnen angetroffenen Phase, oder sind sie es nicht, indem etwa die nicht bestrahlte Phase den Vorgang in der bestrahlten rückgängig macht?*

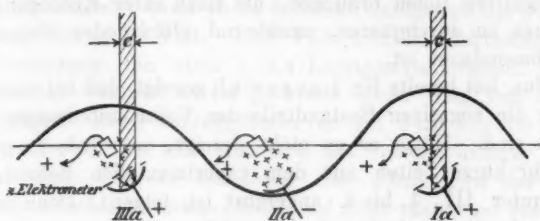
### § 1. Direkte Ionisationsvorgänge im Gase.

Ein einmal erzeugter Ionisationszustand braucht, um wieder zu verschwinden, Zeiten, die in anderer Größenordnung größer sind als die Zeiten, in welchen das Potential an der schwingenden Elektrode sein Vorzeichen wechselt. Wenn also die Ionisation als Indikator der von den Röntgenstrahlen angetroffenen positiven oder negativen oder neutralen Phase dienen soll, so muß die Einwirkung der angetroffenen Phase auf den Ionisationszustand derart erfolgen, daß die kurze Dauer der Phase hinreicht, um Veränderungen im Gase hervorzurufen, welche durch die unbestrahlte Phase nicht wieder rückgängig gemacht werden können. Man sieht sofort, daß dieser Zustand dann und nur dann herbeigeführt werden kann, wenn die Bewegung mindestens einer Ionenart erstens elektrostatisch beeinflusbar, und zweitens so groß ist, daß die Ionen nur Zeiten brauchen, um den Weg von der schwingenden Elektrode bis zum Faradayzylinder zurücklegen, die innerhalb der Dauer der Phase einer Schwingung liegen.

Wenn also die schwingende Elektrode wie in meiner Anordnung während 45 cm Lichtzeit positiv ist, so müssen alle Ionen eines Vorzeichens, sagen wir die negativen, die im Volumen zwischen Faradayzylinder und Elektrode sind, während der Dauer dieser 45 cm Lichtzeit bis zur Elektrode gelangen. Ist dies der Fall, so findet die negative Phase der schwingenden Elektrode, die dem positiven Zustande folgt, keine negativen Ionen (oder besser keine in Betracht kommender Anzahl)



mehr vor. Dann findet also in den verschiedenen Phasen der schwingenden Elektrode folgendes statt (Fig. 3):



**Fig. 3.**

Ia. Die negativen Ionen, welche während des positiven Zustandes der Elektrode erzeugt werden, werden von ihr angezogen und lassen den Faradayzylinder schwach positiv zurück.

IIa. Die darauf folgende Minusphase der Elektrode, in der keine Röntgenstrahlen eintreffen, ist für den Ionisationszustand unwirksam. Denn die allein im Volumen noch vorhandenen positiven Ionen können sich in der kurzen Dauer der negativen Phase wegen ihres Mangels an „Beweglichkeit“ nicht wesentlich von der Stelle rühren.

IIIa = Ia. D. h. die neu erzeugten, negativen Elektronen werden wieder durch die positive Phase dem Volumen entzogen; die positiven Ionen, die zurück bleiben, steigern das Potential des Faradayzylinders.

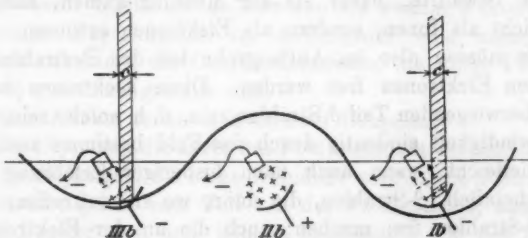


Fig. 4.

Genau entsprechendes gilt für Ia, IIb, IIIb der Fig. 4, d. h. wenn die negative Phase während der Ionenerzeugung angetroffen wird, dann wird der Faradayzylinder negativ.

Diese Verhältnisse, die hier geschildert sind, können nur dann, aber müssen auch dann eintreten, wenn die Zeit, die die negativen Ionen brauchen, um nach ihrer Erzeugung das Volumen zu durchqueren, annähernd gleich oder kleiner als die Phasendauer ist.

Nun hat bereits Hr. Langevin<sup>1)</sup> gezeigt, daß bei niederem Druck die negativen Bestandteile der Volumenionisation Elektronen sind. Hätte er es nicht gezeigt, so würde es gerade für sehr kurze Zeiten aus dem experimentellen Befund, der hier unter III., 1. bis 4. angeführt ist, folgen: Denn in der Tat ist ja die Methode, die zu solchen Messungen die J. J. Thomsonsche Schule verwendet hat, im wesentlichen die, welche hier bei meinen Versuchen in Anwendung kommt. Und es mußte ja als viel wahrscheinlicher erscheinen, daß die negativen Ionen direkt post statum nascendi Elektronen sind, als geraume Zeit nachher. Meine Zeiten sind aber in anderer Größenordnung kleiner als die bei Langevin. In dieser Hinsicht kann heutzutage kein Zweifel mehr sein. Gibt es denn überhaupt in statu nascendi in Gasen negative Ionen? Die ganze Entwicklung der Elektrizitätsleitung in Gasen drängt m. E. dahin, die Frage mit „Nein“ zu beantworten. Selbst bei Atmosphärendruck, bei der Funkenentladung, in Flammengasen, kurz überall, wo man die negativen Ionen in statu nascendi zu fassen bekam, wo man ihre freien Weglängen durch große Potentialgefälle erhöhte und sie dadurch vor Kollisionen bewahrte, bevor sie zur Messung kamen, haben sie sich nicht als Ionen, sondern als Elektronen erwiesen.

Es müssen also im Auffangrohr bei der Bestrahlung im Volumen Elektronen frei werden. Diese Elektronen werden zum überwiegenden Teil  $\delta$ -Strahlen sein, d. h. solche sein, deren Geschwindigkeit eindeutig durch das Feld bestimmt sind, zum Teil vielleicht, wenn auch nach bisheriger Erfahrung nicht wahrscheinlich,  $\beta$ -Strahlen, die dann, wo sie auftreffen, ihrerseits  $\delta$ -Strahlen frei machen; auch die an der Elektrode erzeugten  $\beta$ -Strahlen werden im Gase selbst weiter  $\delta$ -Elektronen frei machen. Aber alle freiwerdenden  $\delta$ -Elektronen unterliegen dem Felde der schwingenden Elektrode.

---

1) Langevin, Recherches sur les gas ionises etc. Paris 1902.

Das Feld hat eine Dauer in positiver bzw. in negativer Richtung von 45 cm Lichtzeit. Die Spannung an der Elektrode hat während etwa 45 cm Lichtzeit annähernd die Größenordnung von 4000 Volt. 4000 Volt erteilen Elektronen eine Beschleunigung von etwa 1:8,4 Lichtgeschwindigkeit. Also würden sie während 40 cm Lichtzeit einen Weg von 4,7 cm zurücklegen. Der Faradayzylinder ist nur 3 cm von der Elektrode entfernt. Es wird demnach das Schema unserer Figur erfüllt sein: *Während der Dauer einer Phase wird das ganze Volumen zwischen Faradayzylinder und Elektrode derart von Elektronen gesäubert, daß der folgende Schwingungszustand im Volumen keine Elektronen mehr antrifft.* Also folgt:

*Der elektrometrisch gemessene Ionisationszustand zwischen Faradayzylinder und der Elektrode ist der Periodizität der schwingenden Elektrode unterworfen.*

Diese ganze Überlegung ist in meiner Abh. p. 447, Ann. d. Phys. 20. p. 680 der Kürze halber auf drei Zeilen zusammengedrängt, aber identisch mit der hier angestellten. Es sei ohne nähere Ausführung bemerkt, daß, wie in Figg. 2, 3 und 4 angedeutet, die Streifenbreite (Zeitdauer) der Röntgenstrahlen wesentlich kleiner ist als die der Phase (vgl. Abh. p. 460, Ann. d. Phys. 20. p. 693). Hierdurch kann, wie leicht zu übersehen, die Dauer der 45 cm Lichtzeit sehr vollkommen ausgenutzt werden.<sup>1)</sup>

## § 2. Oberflächeneffekte an den Elektroden und Gefäßwänden.

Zu dieser Gasionisation kommen als zweiter Faktor, dem bei meinen Experimenten im Auffangrohr eine wesentliche Funktion zukommt, die Oberflächeneffekte, die unter IV. 2. a) und 2. b) zusammengestellt sind.

Diese Effekte teilen sich in zwei Gruppen:

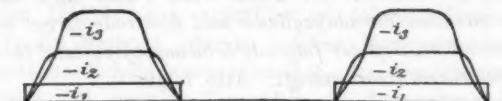
- a) in diejenigen, die durch das Feld beeinflusst werden können;
- b) in diejenigen, die nicht beeinflusst werden, die  $\beta$ -Strahlen.

Letztere gehen zum Teil von der Pt-Elektrode, zum Teil vom Al-Fenster aus, und können unabhängig von der Phase, also auch bei positiv angetroffener Elektrode, in den Faradayzylinder gelangen.

1) Anmerkung: Daß die Dauer der Röntgenstrahlen nur ein Bruchteil der Phasendauer der elektrischen Schwingung im System ist, hat experimentell wohl zuerst Hr. A. Seeger (Inaug.-Diss. Halle 1903) gezeigt.

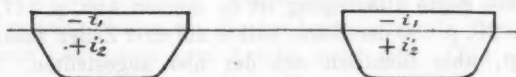
§ 3. Zusammenwirken und polares Verhalten von 1. und 2. an der Null und nahe der Null.

Es stellt sich demnach nach § 1 und § 2 die Aufladung des Elektrometers, soweit sie direkt durch die Röntgenstrahlen bewirkt wird, durch Übereinanderlagerung von drei gleichgerichteten Effekten dar, im Falle, daß die schwingende Elektrode negativ angetroffen wird (Fig. 5), und von zwei entgegengesetzten, im Falle, daß sie positiv angetroffen wird (Fig. 6).



Elektrometernauffüllung bei negativ angetroffener Phase.

Fig. 5.



Elektrometernauffüllung bei positiv angetroffener Phase.

Fig. 6.

In den Figg. 5 und 6 bezeichnet  $i_1$  die Aufladung des Elektrometers durch die elektrostatisch nicht beeinflussbaren  $\beta$ -Strahlen (Dorneffekt),  $i_2$  diejenige aus der Volumenionisation,  $i_3$  die der  $\delta$ -Strahlen von den Elektroden. Ferner ist  $i_2$  die positive Aufladung, die der Faradayzylinder nach Fig. 3 infolge der positiv zurückbleibenden Gasreste annehmen muß.

Es ist also:

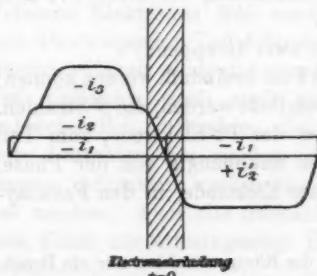
$$-J = -(i_1 + i_2 + i_3)$$

der Elektrometerstrom für die negative Phase. Und es ist

$$+J = (i'_2 - i_1)$$

der Elektrometerstrom für die positive Phase.

Betrachten wir jetzt den Fall, daß die Röntgenstrahlen so eintreffen, daß sich die



Elektrometernauffüllung  
 $z=0$

Fig. 7.

Ladung Null ergibt; dies findet statt in Fig. 7, so folgt: *Es besteht die Null bei Einwirkung der Röntgenstrahlen aus einem dynamischen Gleichgewicht aus mehreren Komponenten.*

Sowie sich eine der Komponenten um ein wenig verändert, was ja in der Natur des Experimentes liegt, so wird die andere verstärkt, also folgt für dieses dynamische Gleichgewicht das unter IV. angeführte experimentelle Verhalten:

1. *Es muß die Null bei Einwirkung der Röntgenstrahlen sich durch ein Schwanen der Elektrometernadel dokumentieren.*

Da die Komponenten jenseits des Nullpunktes, zum Teil sehr schnell mit der Entfernung vom Nullpunkt zunehmen, so folgt entsprechend der Beobachtung IV. 2.:

2. *Die zunächst überraschende Einstellungsschärfe hat ihre Ursache darin, daß ein wenig Verschiebung imstande ist, eine der Gleichgewichtskomponenten zu entfernen.*

Wenn nun sehr weiche Röntgenstrahlen verwendet werden, was ja bei meiner Anordnung deshalb nötig ist, weil alsdann die schnellen Schwingungen allein Röntgenstrahlen erzeugen, da für deren Erzeugung der Potentialanstieg, nicht das Potential wesentlich ist (Abh. p. 456, Ann. d. Phys. 20. p. 688), so wird bei der Schwächung der Strahlen durch Blenden oder durch Entfernen  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  und  $i_3'$  direkt proportional der Schwächung der Röntgenstrahlen abnehmen. Denn es ist für alle weichen Röntgenstrahlen sehr angenähert direkte Proportionalität dieser Komponenten mit der Strahlenmenge nach experimenteller Feststellung vorhanden. Also folgt der in IV. 3. aufgeführte experimentelle Befund:

3. *Es muß in relativ sehr weiten Grenzen Unabhängigkeit des Nullpunktes von der Strahlenmenge vorhanden sein, da die Amplituden der Ladungen, aber nicht die Null sich ändert.*

Alle diese Ergebnisse sind in Übereinstimmung mit dem experimentellen Befund. Zu weit darf man mit der Röhrenentfernung nicht gehen, schon wegen des starken Nachlassens der positiven Ausschläge, die, im Gegensatz zu den negativen (vgl. folgendes Kapitel), wohl im wesentlichen allein durch die bisher diskutierten Effekte bedingt sind. Es zeigt sich auch, daß bei einer Verschiebung über 15 cm die Messung nicht genauer ist als bei einer Verschiebung über 6 cm. Ob hieran mehr die Schwächung der Strahlung oder die Änderung der

Periode durch die Verbiegung schuld ist, kann ich nicht sagen.

Diese Betrachtungen gelten nur dann, wenn die Röntgenröhre nicht zu hart im Verhältnis zu dem Gasdruck in  $B$  ist, d. h. wenn überhaupt positive Ionen elektrometrisch nachweisbar sind. Ist der Druck zu niedrig, dann folgt aus den Figg. 5 und 6 wegen der Ausschaltung der Ionisation, also der Ströme  $i_2$  und  $i_2'$ , die unter IV. 4. angeführte Beobachtung:

*4. Bei zu niederem Druck hören die positiven Ausschläge auf, und auf dem ganzen Draht ist negatives Gebiet.*

Bei höheren Drucken im Auffanggefäß wird aber die Wirksamkeit der schnellsten Potentialschwankung im Auffanggefäß ausgeschaltet; dann kann wegen der geringen Beweglichkeit der negativen Träger im Rohr der Ionisationszustand nicht der schnellsten Periode folgen; alsdann tritt die nächst längere Schwingung des Kondensatorkreises, bei meiner Anordnung die erste Grundschiwingung, in Aktion, und auf dem ganzen Draht ist infolge der Dimensionierung der Brückendrähte, die in die Größenordnung der halben Wellenlänge des Systems fällt, und infolge der Phasenverschiebung an dem kleinen Abzweikkondensator positives Gebiet. Wie dies zustande kommt, ist quantitativ in meiner Hauptabhandlung ausgeführt (Abhandl. p. 457—464, Ann. d. Phys. 20. p. 690—698), so daß nur der Vollständigkeit halber ein kurzer Hinweis erforderlich erscheint. Es ergibt sich also das unter IV. 5. angeführte experimentelle Verhalten:

*5. Ist der Druck zu hoch, dann ist auf der ganzen Brückenleitung positives Gebiet.*

Hierbei ist die Härte der Röhre, wie leicht ersichtlich, ein wesentlicher Faktor. Denn die Ionisation im Auffanggefäß ist umgekehrt proportional der Strahlenhärte. Harte Strahlen verlangen also im Auffanggefäß hohen Druck. Ist aber in der Röntgenröhre hoher Druck, d. h. sind die Strahlen weich, so muß in  $B$  der Druck niedriger werden. Eine kleine Veränderung des einen Druckes muß also relativ großen Einfluß haben, weil sie eine angenähert gleich große Einstellungsänderung in entgegengesetzter Richtung im zweiten Gefäß erfordert. Aus diesen Betrachtungen folgt die Erfahrung IV. 6.:

6. Die als „Abstimmung“ der Vacua bezeichnete Einstellung der beiden Vacua aufeinander, ergibt sich theoretisch notwendig.

Ist das Vakuum zu hoch, so ist direkt aus der Fig. 6 zu sehen, daß erst bei den höchsten positiven Potentialen die positiven Entladungen einsetzen können. Ist es aber zu niedrig, dann findet das Gleiche für die negativen statt. Im ersten Fall ist also das negative Gebiet größer als das positive, im zweiten ist das Umgekehrte der Fall. — Da alsdann die eine Halbwelle, elektrometrisch wie hier gemessen, um ebenso viel wächst, wie die zweite abnimmt, so folgt in Übereinstimmung mit IV. 7. a) bis c):

7. a) Die auf den Drähten nachweisbaren Nullpunkte liegen in größerem Bereiche des Druckes so, daß die Summe der positiven und negativen Bereiche gleich  $\frac{1}{2} \lambda$  ist.

b) Dies gilt nur für die Summe der polaren Ausschläge, nicht für diese einzeln.

c) Die Ausdehnung der Halbwellengebiete hängt nicht nur vom Druck in B, sondern auch von dem im Röntgenrohr ab, und zwar derart, daß härtere Strahlen Ausdehnung der negativen Gebiete bedingen.

Hiermit sind alle Erscheinungen, soweit sie die Vorgänge der Null betreffen, einheitlich erklärt.

Es bleibt nun noch die Erklärung der Vorgänge, die die Null nicht beeinflussen, übrig. Es ist also noch die in IV. 8. und 9. festgestellte Tatsache zu erklären, daß allein die Größe der positiven Ausschläge aus den bisher diskutierten Effekten verständlich ist, während die negativen Ausschläge von solcher Größe sind (vgl. Physik. Zeitschr. 6. p. 777. 1905), daß sie nur durch Einsetzen einer Feldentladung erklärt werden können. Auch hier hat sich die Fragestellung wie bisher auf die Polarität des Verhaltens während der kurzen Dauer der Phase zu richten.

### § 3. Polares Verhalten des Apparates jenseits der Null.

Aus den quantitativen Betrachtungen unter § 1 dieses Kapitels folgt, daß man notwendig Potentiale von der Größenordnung von 1000 Volt an die Elektrode heranbringen muß, damit die Gasionisation polares Verhalten aufweist. Würde man die Gasreste vermeiden, so müßten die Spannungen noch



weit höhere sein. Die hier voranzusehenden Schwierigkeiten sind in der Einleitung bereits angedeutet. Es blieb deshalb (abgesehen von der dritten an gleicher Stelle diskutierten Möglichkeit), soweit ich sehe, allein der hier beschrittene Weg.

Liegen aber Potentiale von der Größenordnung von 1000 Volt an der Elektrode, so müssen die in Kap. V. 3. a) bis c) aufgeführten Erscheinungen in Aktion treten. Hiernach muß also bei positiv angetroffener Elektrode beträchtliche Erschwerung des Eintrittes der Feldentladung eintreten, während bei negativ angetroffener Elektrode eine bis zu 40 Proz. gehende Erleichterung der Entladung eintritt.

Das Verhalten des Apparates in bezug auf die Größe der positiven und negativen Ausschläge ist nun sofort aus dem analogen Verhalten bei konstantem Potential verständlich, sobald nachgewiesen ist, daß die in der Hochfrequenz liegende Abänderung gegenüber den obigen Versuchsbedingungen keinen schädlichen Einfluß auf die Polarität der Effekte hat. Nachdem die Natur der Erscheinungen bei konstantem Potential oben diskutiert worden ist, ist dies leicht einzusehen.

Nach obigen Überlegungen muß sich bei positiv angetroffener Elektrode in unmittelbarer Nähe derselben ein Gebiet negativer Volumladung bilden, indem die elektrostatisch retardierten Elektronen sich an die Moleküle in der Nähe der Anode anlagern. Durch die so dicht an der Elektrode entstehende negative Volumladung muß der Anodenfall steigen, also *cet. par.* der Kathodenfall sinken. Da aber dieser für das Einsetzen der Entladung maßgeblich ist, und einen bestimmten Wert erreicht haben muß, damit die Entladung übergehen kann, so kann sie, wenn sie vor Wegziehen des Bleischutzes nicht überging, während der Bestrahlung der positiven Phase *a fortiori* nicht übergehen, da ja der schon zu niedrige Wert des Gefälles noch weiter erniedrigt ist. Wie ist es nun in der, der bestrahlten Phase folgenden unbestrahlten Phase? Nach IV. 3. c) zeigt der positive Effekt eine sehr deutlich ausgeprägte Trägheit, d. h. der Zustand, der durch die Röntgenstrahlen bei positiv angetroffener Elektrode erzeugt wurde, bleibt noch sehr merkliche Zeit nach Abblenden der Strahlen, also sicherlich noch während der in außerordentlich kurzer Zeit folgenden negativen Phase bestehen. Es bleibt also auch während der negativen Phase



das negative, aus schwer beweglichen negativen Ionen bestehende, negative Polarisationsgebiet erhalten. Dann befindet sich also ein negatives Polarisationsgebiet, auch während der negativen, unbestrahlten Phase an der Elektrode. Da nun durch ein negatives Polarisationsgebiet das Kathodengefälle geschwächt wird, so kann die Entladung, die ohne diese Schwächung nicht einsetzte, jetzt wiederum a fortiori nicht einsetzen. Denn es ist ja elementar ersichtlich, daß ein positives Polarisationsgebiet an die Elektrode gebracht werden müßte, um während ihres Kathodenzustandes das Gefälle bis zur Einleitung einer selbständigen Strömung zu steigern. Also folgt die unter IV. 8. beschriebene Beobachtungstatsache, daß bei positiv angetroffener Elektrode niemals im Apparat eine Feldentladung ausgelöst wird. Also folgt:

8. *Die positiven Ausschläge können nur von solcher Stärke sein, daß sie allein aus den Ionisationseffekten zu verstehen sind.*

Wird aber die Elektrode negativ angetroffen, so werden die frei werdenden Strahlen durch das Feld beschleunigt, und bewegen sich in Richtung des stärksten elektrischen Feldes. Dieses geht zum Fenster, nicht zum Faradayzylinder, zu dem die elektrischen Wellen übergehen. Dies ist nicht schwer einzusehen. Elektrode und Faradayzylinder bilden einen Kondensator sehr geringen Wechselstromwiderstandes. Infolge der Größe der Reaktanz ist die Phasenverschiebung, also die momentane Potentialdifferenz, zwischen ihm und der Elektrode notwendig kleiner als die Potentialdifferenz zwischen Fenster und Elektrode. Dieser Potentialdifferenz, nicht den Stromlinien folgen die Kathodenstrahlen. Es sind also die Verhältnisse dieselben, wie sie bei dem Versuch mit konstantem Potential unter III. 3. b) beschrieben und diskutiert sind. Also folgt in Übereinstimmung mit IV. 9.:

9. *Bei Antreffen der maximalen, negativen Schwingungsamplituden ist im Apparat ein Einsetzen der Feldentladung durchaus zu erwarten.*

Ob dann die Feldentladung, nachdem sie eingesetzt ist, auch in der folgenden positiven Phase bestehen bleibt, ist keine Frage, die hier interessiert. Das Einsetzen der Feldentladung ist wesentlich Indikator dafür, daß die negative

Phase *angetroffen* wurde; die Entladung setzt gar nicht ein bei positiv *angetroffener* Phase.

Hiermit ist die letzte mir bekannte wesentliche Eigenschaft des Apparates einheitlich erklärt, so daß es, wie ich denke, keine Schwierigkeiten macht, sich ein anschauliches Bild von der Wirkung des ganzen Apparates zu bilden. Diese Vollständigkeit erstreckt sich nicht nur auf die Vorgänge an der Null, sondern auf sämtliche physikalischen Beobachtungen, die hier überhaupt zu erklären sind. Für mich ist, soweit ich sehe, hier auch in bezug auf die Deutung meiner Versuche nichts weiter mehr zu tun; ob sich ihre experimentelle Durchführung weiterhin zu einer Demonstrationsmethode wird ausarbeiten lassen, um so die Methode zu einer allgemeiner verwendbaren zu machen, läßt sich zurzeit nicht bestimmt sagen. Der Beweis der Eindeutigkeit meiner Messung und der Einheitlichkeit der zunächst zum Teil schwer zu deutenden einzelnen experimentellen Befunde ist, wie ich denke, in Vorstehendem völlig enthalten. Nicht der einzelne Versuch, der vielleicht auch mit einer Anordnung, die nichts mit dieser zu tun hat, auszuführen ist, sondern die Gesamtheit der angeführten experimentellen Ergebnisse, speziell aber Versuch Kap. III, 1–4, bilden den exakten Beweis, daß der Apparat den Zweck, zu dem er zusammengestellt wurde, auch erfüllte.

Leipzig, Physik. Institut, Oktober 1908.

(Eingegangen 16. Oktober 1908.)

#### 4. Dekrementbestimmung mit kontinuierlichen elektrischen Wellen; von C. Fischer.

(Mitteilung aus dem Kaiserlichen Telegraphen-Versuchsam, Berlin.)

Bei der Bestimmung von kleinen Dekrementen aus der Resonanzkurve ist bekanntlich die durch den elektrischen Funken hervorgerufene Dämpfung störend teils wegen ihrer Größe, teils weil sie dem Exponentialgesetz nicht folgt und dadurch der Resonanzkurve eine von der Bjerknesschen Theorie abweichende Form gibt.

M. Wien<sup>1)</sup> hat den störenden Einfluß des Funkens durch seine Methode der Stoßerregung beseitigt. Daß die Verwendung völlig ungedämpfter Wellen zu solchen Dekrementbestimmungen dem Prinzip nach einfacher ist, liegt auf der Hand. Innerhalb welcher Genauigkeitsgrenzen man zu diesem Zweck die durch den elektrischen Lichtbogen hervorgerufenen Wellen verwenden kann, ist die Frage, die vorliegende Arbeit beantworten soll.

Die Untersuchungsmethode bestand darin, daß ein konstant gehaltener Erregerkreis auf einen Meßkondensatorkreis mit variabler Kapazität einwirkte (vgl. Fig. 1). Die Versuche wurden für zwei verschiedene Wellenlängen des Primärkreises von 970 m und 550 m durchgeführt. Da sich in beiden Fällen die gleichen allgemeinen Resultate ergaben, so wird im Folgenden nur von dem ersteren (970 m) die Rede sein. Der Primärkreis bestand dabei aus einer Zylinderspule von 110 Windungen von 20 cm Durchmesser (Höhe = 44,5 cm, Drahradius = 0,8 mm),

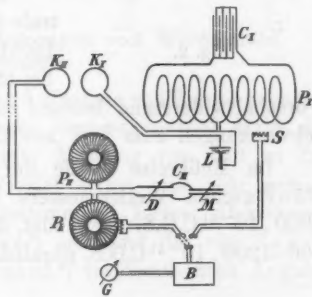


Fig. 1.

1) M. Wien, Ann. d. Phys. 25. p. 625. 1908.

mit einer Selbstinduktion  $P_1$  von  $9,8 \cdot 10^5$  C.G.S. für langsame Wechsel und einem Platten-Luftkondensator  $C_1$  von  $300 \cdot 10^{-21}$  C.G.S. Kapazität, der an die beiden Enden der Spule angeschlossen war. Die Bogenlampe  $L$  war in der Mitte der Spule (im Strombauch) eingeschaltet und zwar derart, daß der Schwingungskreis mit dem Gleichstromkreise nur die Lampe gemeinsam hatte. Diese Schaltung macht nach Angabe von Kiebitz<sup>1)</sup> die Drosselspulen in der Bogenlampenleitung überflüssig.

Die Bogenlampe hatte die von Kiebitz<sup>2)</sup> angegebene Konstruktion. Fig. 2 stellt sie im Querschnitt dar. Der Lichtbogen brannte zwischen einer Homogenkohle  $K$  von 5 mm

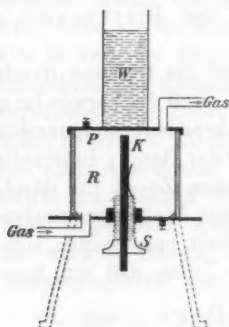


Fig. 2.

Durchmesser als Kathode und einer von oben durch Wasser  $W$  auf  $100^\circ$  gekühlten, 0,4 mm starken Kupferrplatte  $P$ . Letztere bildete zugleich den oberen Verschluß des Gasraumes  $R$ . Die Bogenlampe konnte durch die Schraube  $S$  fein reguliert werden. Außerdem war eine grobe Verschiebung der Kohle durch die durchbohrte Achse der Schraube möglich.

Der durch die städtische Zentrale (220 Volt Gleichstrom) gespeiste Lichtbogen brannte im allgemeinen bei 60 Volt und 1,72–1,73 Amp. Der

Vorschaltwiderstand bestand zur Kompensation von Spannungsschwankungen zum Teil aus Osramlampen.

Im Meßkreise wurde der Ölkondensator Fig. 1  $D$  eines Dönitzschen Wellenmessers bei einer Kapazität  $C_{10}$  gleich  $4900 \cdot 10^{-21}$  C.G.S. verwendet, dem ein Luftkondensator<sup>3)</sup>  $M$  von  $100\text{--}1200 \cdot 10^{-21}$  C.G.S. parallel geschaltet war. Die zwei daran

1) F. Kiebitz, Verh. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 9. p. 775. 1907.

2) F. Kiebitz, Elektrotechn. Zeitschr., in einem demnächst erscheinenden Hefte.

3) Solche Anordnung wurde zuerst von Rausch von Traubenberg u. Monasch zu gleichem Zwecke verwendet. Physik. Zeitschr. 8. p. 926. 1907.

angeschlossenen Ringspulen hatten eine Selbstinduktion von 47 400 C.G.S.

Um ein relatives Maß für die Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis zu haben, wurden in den Strombauch beider Systeme einander gegenüberstehende Kreise  $K_I$  und  $K_{II}$  eingeschaltet, deren Abstand meßbar variiert werden konnte.

Die Strommessungen wurden mit einem Bolometer  $B$  von Rubens und Paalzow und einem Drehspulengalvanometer  $G$ , das nach Angaben von Zahn<sup>1)</sup> hergestellt war, in bekannter Weise ausgeführt.<sup>2)</sup>

Die Konstanten des zweiten Aufbaues waren für den Erregerkreis  $P_I = 4,8 \cdot 10^5$  C.G.S.,  $C_I = 175 \cdot 10^{-21}$  C.G.S. und für den Meßkreis  $P_{II} = 20\,600$  C.G.S.,  $C_{II} = 3430 \cdot 10^{-21}$  C.G.S.

Mit diesen beiden Anordnungen wurden folgende Fragen beantwortet:

1. Wie können die Schwankungen von Wechselzahl und Energie beseitigt werden?
2. Stimmen die experimentellen Resonanzkurven mit den theoretischen überein?
3. Können die Wellen des Primärsystems als völlig ungedämpft angesehen werden?
4. Ändern sich die Resonanzkurven mit der Koppelung der beiden Kreise?

1. Beseitigung der Schwankungen von Wechselzahl und Energie.

a) Die Schwierigkeit bei der Aufnahme von Resonanzkurven mit kontinuierlichen Schwingungen liegt bekanntlich darin, daß das Primärsystem während einer Messung von Zeit zu Zeit seine Wechselzahl ändert. Wieviel selbst eine sehr geringe derartige Änderung für die Bestimmung kleiner Dekremente ausmacht, hat bereits M. Wien<sup>3)</sup> an Hand der von Rausch von Traubenberg und Monasch<sup>4)</sup> veröffentlichten Angaben

1) H. Zahn, Ann. d. Phys. 23. p. 191. 1907. 1 mm Ausschlag =  $4 \cdot 10^{-9}$  Amp., Skalenabstand = 5,4 m, Widerstand 6,2  $\Omega$ .

2) J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie 1905. p. 606 ff.

3) M. Wien, l. c. p. 657, § 32.

4) Rausch von Traubenberg u. Monasch, l. c.

klargelegt. Die Kurve Fig. 3, deren Punkte in der Reihenfolge der beigeschriebenen Nummern aufgenommen sind, gibt ein Bild von einer Wechselzahlswankung um 0,3 Promille;

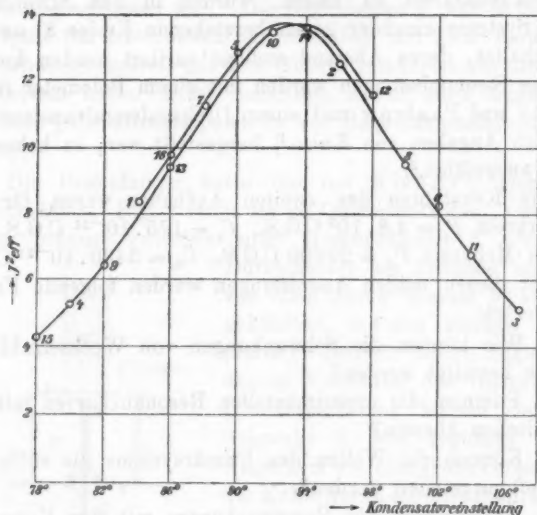


Fig. 3.

die Punkte gehören zu zwei verschiedenen Resonanzkurven, welche durch Parallelverschiebung zur völligen Deckung gebracht werden können.<sup>1)</sup>

Der Grund für diese Erscheinung ist allem Anscheine nach gemäß der Thomsonschen Gleichung in den zeitlichen Veränderungen des mittleren Lichtbogenwiderstandes zu suchen.<sup>2)</sup> Es ist deshalb zu erwarten, daß solange der Lichtbogen auf dem-

1) Andere als derartige sprunghafte Änderungen der Wechselzahl wurden (bei annähernd konstanter Spannung der Bogenlampe) nie wahrgenommen. Es sei beiläufig erwähnt, daß die von K. Markau (Ann. d. Phys. 26. p. 167. 1908) mit der Hg-Bogenlampe unter Anwendung eines Turbinenunterbrechers aufgenommenen Kurven Figg. 8 und 9 sich gleichfalls in zwei parallele Kurven zerlegen lassen, woraus man auch dort auf eine sprunghafte Änderung der Wechselzahl zu schließen hat.

2) Vgl. L. W. Austin, The Electrician 59. p. 632. 1907; F. Kiebitz, l. c. (Anm. 1 auf p. 58).

selben Punkte seiner stationären Charakteristik erhalten wird, auch die durch ihn erregte Schwingung sich nicht ändert. Die Erfüllung dieser Bedingung wäre aber bei den stetigen Veränderungen, denen der Bogen unterliegt, mit großen technischen Schwierigkeiten verknüpft. Die Frage ist deshalb die, ob der genannte Zweck nicht auch auf einfachere Weise zu erreichen ist.

Die folgenden Versuche wurden sämtlich bei konstanter Temperatur (100°) der Kupferelektrode des Lichtbogens ausgeführt. Es ergab sich, daß die Schwankungen der Wechselzahl unter den folgenden Bedingungen völlig aufgehoben werden können:

1. Die Selbstinduktion des Primärkreises muß möglichst groß sein, so daß eine kleine Änderung des Bogenlampenwiderstandes nicht in Betracht kommt.

2. Der Lichtbogen darf im Verlaufe einer Messung nicht aussetzen. Bei der in Fig. 3 gezeichneten Kurve z. B. wurde der Speisungsstrom nach jedem Punkte unterbrochen<sup>1)</sup>, während die Bedingung 1. und die folgende Bedingung 3. erfüllt waren.

3. Besonders genau ist darauf zu achten, daß die Spannung zwischen den beiden Polen der Bogenlampe konstant bleibt, bzw. daß während der Ablesung jedes Kurvenpunktes der Bogen durch Veränderung seiner Länge (mittels der Schraube *S* in Fig. 2) immer wieder auf die frühere Spannung gebracht wird. Zu diesem Zwecke war parallel zum Lichtbogen ein aperiodischer Präzisionsspannungsmesser geschaltet.<sup>2)</sup>

- b) Nach Beseitigung der Wechselzahländerung wurde eine zweite Fehlerquelle für die Aufnahme der Resonanzkurven in den Energieschwankungen des Primärsystems erkannt. Der in Leuchtgas brennende Lichtbogen ist sehr unruhig, der bekannte<sup>3)</sup> graphitartige Kohlenansatz, der die Bogenlänge fortwährend verkleinert, wächst in Leuchtgas sehr schnell. Eine Reihe von Vorversuchen ergab, daß ein viel ruhigerer Bogen

1) Zwischen der Aufnahme der Punkte 5 und 6, sowie zwischen 11 und 12 wurde eine längere Pause gemacht. Punkt 16 ist nach 24 stündiger Unterbrechung aufgenommen.

2) Die Verwendung eines Präzisionsinstrumentes erscheint von ganz besonderer Bedeutung.

3) Vgl. z. B. H. Th. Simon, Physik. Zeitschr. 7. p. 441, 1906.

und ein langsames Anwachsen des Kohlenstiftes durch Verwendung von reinem Wasserstoff erzielt wird, der mit Acetongas vermischt ist. Der Wasserstoff wurde dabei einer Bombe entnommen und durch eine mit Aceton bis zu einer bestimmten Höhe gefüllte Waschflasche hindurchgeleitet.<sup>1)</sup> Die Energieschwankungen werden dadurch zum großen Teil beseitigt. Die dann noch auftretenden kleineren Schwankungen (bis zu 3 Proz.), welche zum Teil auf kleinen Temperaturänderungen beruhen, können entweder durch schnelle Messung (15–20 Min.) fast ganz vermieden, oder sonst dadurch unschädlich gemacht werden, daß man gleichzeitig mit der Resonanzkurve auch den Integral-effekt des Primärkreises ( $i_{\text{eff.}}^2$ ) mittels eines Standardkreises bolometrisch (vgl. Fig. 1, Spule S) mißt und die Resonanzkurvenpunkte darauf proportional reduziert. Die im Folgenden reproduzierten Kurven sind z. T. auf die letztere Art aufgenommen. Die Reduktion auf die Standardkreisangaben erwies sich dabei als durchaus notwendig, da die Aufnahme einer Kurve  $\frac{3}{4}$  Stunde dauerte. Andererseits wird aber gerade durch die Beobachtung des Primäreffektes die Messungsdauer derartig verlängert, daß die Genauigkeit einer ohne Standardkreis in ca. 10 Min. gemessenen Kurve in den meisten Fällen dieselbe ist.

## 2. Vergleich der Kurven mit der Theorie.

Um die gemessenen Kurven mit den theoretischen Kurven gleicher Dämpfung vergleichen zu können, sei vorausgeschickt, daß man die Wellen des Primärsystems dabei als ungedämpft ansehen kann, wofür sich der Beweis unter 3. (p. 69) ergibt. Unter dieser Annahme sind die im Folgenden als theoretisch bezeichneten Kurven ausgewertet. Weitere Voraussetzungen sind dabei, daß die Koppelung extrem lose ist, und daß das Dekrement  $b$  des Meßkreises im Bereich der Resonanzkurve von der Wechselzahl unabhängig ist ( $\delta/n_1 = \delta/n_2$ ). Der auf den Resonanzeffekt  $y$ , reduzierte Galvanometerausschlag  $y$  hat dann die Form:

$$\frac{y}{y_r} = \frac{(b/\pi)^2 + (b/2\pi)^4}{[1 - (n_1/n_2)^2 - (b/2\pi)^2]^2 + (b/\pi)^2}.$$

1) Der Verbrauch an Wasserstoff ist dabei sehr gering. Nachdem das Gasbassin der Bogenlampe gefüllt war, genügten während der Aufnahme der Resonanzkurven pro Sekunde 1–4 kleine Gasblasen in der Waschflasche.



Bei einem Vergleiche der experimentell aufgenommenen Kurven mit der theoretischen ergaben sich eine Reihe von Fehlerquellen, die auf der gegenseitigen Induktion von Teilen des Aufbaues herrührten, die eigentlich völlig getrennt sein sollten. Eine von diesen Störungen dürfte wohl von allgemeinerem Interesse sein. Es ergaben sich Resonanzkurven (vgl. Fig. 4 die stark ausgezogene Kurve  $a$ ), die entgegen der

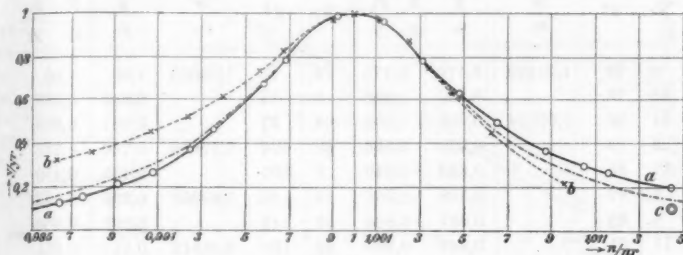


Fig. 4.

Theorie nach der Seite der größeren Wechselzahlen höher waren als nach der anderen Seite (die theoretische Kurve ist strich-punktiert eingezeichnet). Als Grund wurde eine Induktion des Primärkreises auf den Bolometerkreis erkannt.<sup>1)</sup> In dem Bolometerkreise ist nämlich die vom Sekundärkreise herrührende Schwingung  $i$  annähernd von gleicher Periode, wie eine vom Primärkreis direkt induzierte Schwingung  $\alpha$ . Man mißt demnach in solchem Falle bei der Aufnahme eines Punktes der Resonanzkurve anstatt  $i^2$  eine Größe von der Form  $(\alpha + i)^2$ . Wird nun durch Vertauschen zweier Pole im Sekundärkreis die Phase von  $i$  um  $180^\circ$  verändert, so wird jetzt, da die Phase von  $\alpha$  unverändert bleibt, die Größe  $(\alpha - i)^2$  gemessen, die sich von obigem Wert um  $4\alpha i$  unterscheidet. Die Resonanzkurve wird dann nach der richtigen Seite unsymmetrisch, aber zu stark. So ist der Punkt  $c$  in Fig. 4 unter genau gleichen Verhältnissen wie Kurve  $a$  nach Umschalten der Zuleitungen zum Koppelungsringe  $K_n$  (Fig. 1) aufgenommen. Eine vollständige derartige Kurve, die nach kleinen Veränderungen der An-

1) Vgl. C. Fischer, Straßburger Dissertation, p. 33.

ordnung sich ergab, ist in Fig. 4 gestrichelt (b) eingezeichnet. Im Resonanzpunkte machte das Umschalten gar nichts aus.<sup>1)</sup>

Nach Beseitigung aller wahrnehmbaren Störungen ergaben sich dann die in Fig. 5 (Tab. I) reproduzierten Kurven. Die durch

Tabelle I.

a (Fig. 5 ○).

Nr.	$d^\circ$	$\frac{n}{n_r}$	$\frac{y}{y_r}$	$\frac{y}{y_r} \cdot \frac{y_0}{y_1}$	Nr.	$d^\circ$	$\frac{n}{n_r}$	$\frac{y}{y_r}$	$\frac{y}{y_r} \cdot \frac{y_0}{y_1}$
6	70	1,01299	0,176	0,175	3	93	1,00000	1,00	1,00
12	75		0,256	0,258	8	95		0,942	0,966
21	80	1,00734	0,392	0,402	4	97		0,887	0,880
9	83		0,513	0,523	20	100	0,99609	0,730	0,733
17	85		0,690	0,640	2	105		0,455	0,450
1	87		0,748	0,756	18	110	0,99060	0,290	0,298
5	89		0,887	0,884	16	115		0,205	0,206
11	91		0,949	0,966	22	120	0,98512	0,151	0,151

b (Fig. 5 ×).

Nr.	$d^\circ$	$\frac{n}{n_r}$	$\frac{y}{y_r}$	$\frac{y}{y_r} \cdot \frac{y_0}{y_1}$	Nr.	$d^\circ$	$\frac{n}{n_r}$	$\frac{y}{y_r}$	$\frac{y}{y_r} \cdot \frac{y_0}{y_1}$
23	75	1,00944	0,279	0,282	10	92		0,999	0,999
9	77		0,346	0,346	26	95		0,922	0,916
18	80	1,00654	0,450	0,455	19	97		0,804	0,795
24	83		0,610	0,611	2	100	0,99533	0,614	0,610
1	85		0,715	0,710	27	102		0,540	0,531
14	87		0,819	0,840	20	105		0,390	0,390
25	90		0,970	0,973	15	107		0,324	0,328
	91,6	1,00000	(1)	1		110	0,98984	—	—

Kreise bzw. Kreuze bezeichneten Punkte sind die Resultate zweier Messungsreihen, die Kurve selbst ist für  $b = 0,0377$  theoretisch ausgewertet. Beide Kurven, die unter gleichen Bedingungen aufgenommen sind, decken sich mit der theore-

1) Die von M. Wien l. c. gezeichneten Kurven für kleine Dekremente scheinen einen ähnlichen Fehler zu enthalten. Sie ergeben nach unten hin immer größer werdende Dekrementwerte (vgl. auch daselbst p. 656, Fußnote).

2)  $y_1$  bedeutet die Angabe des Standardkreises.

tischen Kurve innerhalb der Fehlergrenzen der Versuchsanordnung. Die Hauptfehlerquelle ist dabei in den Nullpunktänderungen der Bolometeranordnung zu suchen.

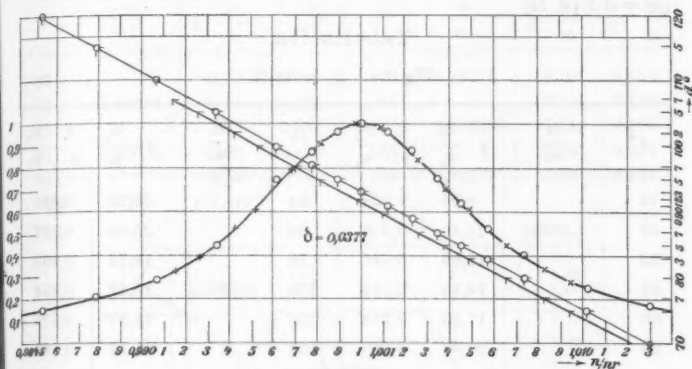


Fig. 5.

Um weiter die Genauigkeitsgrenzen zu prüfen, wurden in den Meßkreis bekannte Widerstände  $w$  eingeschaltet, aus denen die Zunahme  $\gamma$  des Dekrements berechnet werden konnte.<sup>1)</sup> Die mittlere (vgl. Abschnitt I) Kapazität  $C_{II}$  des Meßkreises für den Resonanzfall war  $5555 \cdot 10^{-21}$  C.G.S., die Selbstinduktion  $P_{II}$  war zu 47 400 cm bestimmt. Folglich ist:

$$\gamma = w \cdot \pi \sqrt{\frac{C_{II}}{P_{II}}} = 0,0340 \cdot w \cdot 10^{-9}.$$

Es ergaben sich folgende Resultate:

$w$	$\gamma$ berechnet	$\delta$ gemessen	$\delta + \gamma$ berechnet	$\delta + \gamma$ gemessen
0,1064 $\Omega$	0,0036 <sub>2</sub>	0,0386 <sub>2</sub>	0,0422	0,0423
0,412	0,0140	0,0396 <sub>2</sub>	0,0536	0,0536
1,576	0,0535	0,0363 <sub>2</sub>	0,0898	0,0899

1) Die Korrektur der Widerstände für hohe Wechselzahlen wurde berücksichtigt.

2) Der Dekrementwert ist hier nicht gleich demjenigen, der sich aus Fig. 5 ergibt, weil die Induktion des Primärkreises auf das Bolometer eine andere war. Trotz der starken Ströme im Meßkreise (vgl. Tab. V) konnte diese Induktion nicht so gering gemacht werden, daß das Dekrement davon unabhängig wurde.

3) Zur Beseitigung einer kleinen Unsymmetrie in der Resonanzkurve war bei dieser Messungsreihe der Meßkreis im Strombauch gerdet. Dies

Tabb. IIa und IIb und Figg. 6a und 6b geben die Kurven für die zweite Reihe ( $w = 0,412 \Omega$ ) wieder. Tabb. IIIa und IIIb und Figg. 7a und 7b beziehen sich auf die dritte Reihe ( $w = 1,576 \Omega$ ).

Tabelle IIa.

Fig. 6a.  $y_1 = 18,70$ .

$d^0$	$\frac{n}{n_r}$	$y \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$	$\frac{y}{y_r} \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$	$d^0$	$\frac{n}{n_r}$	$y \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$	$\frac{y}{y_r} \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$
78		8,55	0,368	94		22,95	0,989
80	1,00695	10,46	0,450	96		20,59	0,887
82		12,69	0,547	98		18,72	0,807
84		14,73	0,636	100	0,99570	15,88	0,684
86		17,60	0,759	102		13,38	0,576
88		20,85	0,900	104		11,14	0,480
90	1,00130	22,41	0,968	107		8,15	0,351
92		23,12	0,996	110	0,99021	—	—
92,25	1	(23,20)	1				

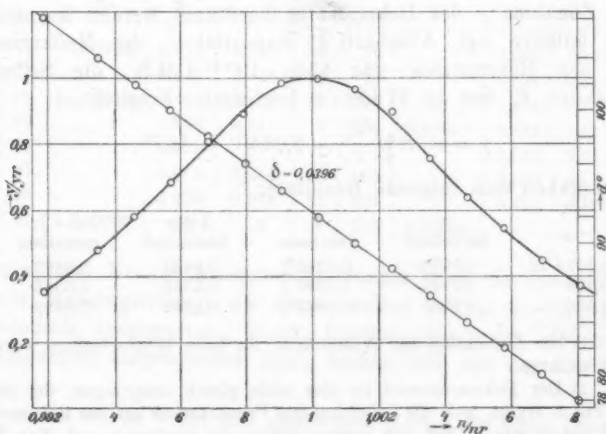


Fig. 6a.

kommt in der geringen Vergrößerung des Dekrementes von 0,0377 auf 0,0396 zum Ausdruck.

Tabelle IIb.

Fig. 6b.  $y_{10} = 18,70$ .

$d^0$	$\frac{n}{n_r}$	$y \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$	$\frac{y}{y_r} \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$	$d^0$	$\frac{n}{n_r}$	$y \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$	$\frac{y}{y_r} \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$
65		3,72	0,295	90	0,99776	12,10	0,960
70	1,00916	5,44	0,431	95		9,55	0,758
75		7,98	0,633	100	0,99220	7,24	0,575
80	1,00341	10,98	0,870	105		5,09	0,404
85		12,60	1	110	0,98673	3,79	0,301
85,9	1	(12,60)	1				

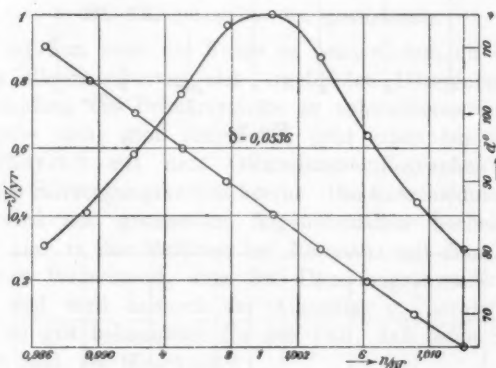


Fig. 6b.

Tabelle IIIa.

Fig. 7a. Ohne Standardkreis aufgenommen.

$d^0$	$\frac{n}{n_r}$	$y$	$\frac{y}{y_r}$	$d^0$	$\frac{n}{n_r}$	$y$	$\frac{y}{y_r}$
77		4,9	0,350	92		13,80	0,986
80	1,00614	6,8	0,485	94		12,85	0,918
82		7,85	0,561	98		9,55	0,682
84		9,60	0,685	100	0,99490	8,0	0,571
86		11,55	0,825	102		6,45	0,460
88		12,90	0,922	104		5,45	0,389
90		13,85	0,989	106		4,45	0,318
90,8	1	(14,0)	1	110	0,98943	—	—

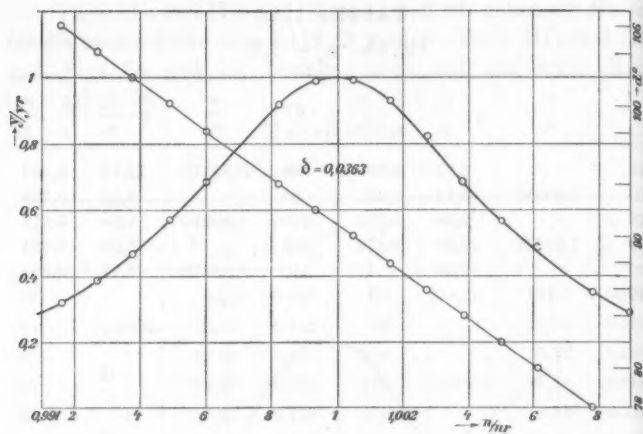


Fig. 7a.

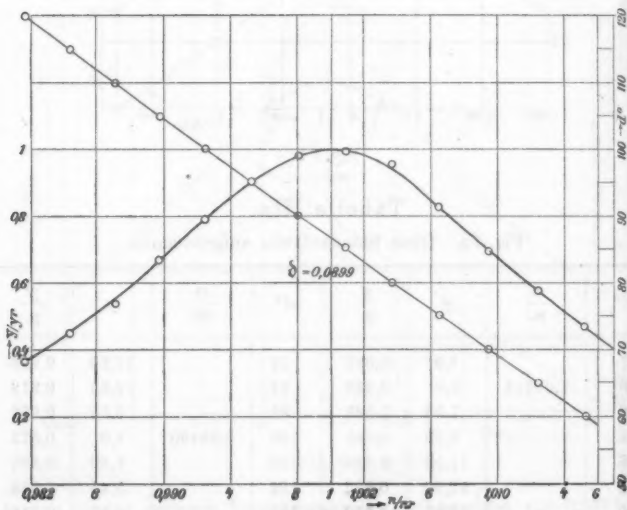


Fig. 7b.

Tabelle IIIb.

Fig. 7b. Ohne Standardkreis aufgenommen.

$d^0$	$\frac{n}{n_r}$	$y$	$\frac{y}{y_r}$	$d^0$	$\frac{n}{n_r}$	$y$	$\frac{y}{y_r}$
60	1,01531	6,1	0,465	90	0,99806	12,85	0,981
65		7,52	0,575	95		11,8	0,901
70	1,00946	9,02	0,689	100	0,99250	10,3	0,786
75		10,85	0,829	105		8,7	0,665
80	1,00371	12,52	0,957	110	0,98703	7,0	0,585
85		12,95	0,990	115		5,87	0,448
86,5	1	(13,1)	1	120	0,98166	—	—

### 3. Die Dämpfung des Erregersystems.

Es ist nun noch die Frage zu beantworten, ob von den aus den Resonanzkurven sich ergebenden Dämpfungswerten eine Dämpfung des Primärsystems zu subtrahieren ist. Daß eine solche nicht groß sein kann, geht schon aus den von Diesselhorst<sup>1)</sup> mit dem Glimmlichtoszillographen aufgenommenen Schwingungskurven hervor. Die Entscheidung dieser Frage wird am genauesten folgendermaßen herbeigeführt. Schaltet man in den Meßkreis bei Resonanz mit dem Primärkreis einen Widerstand, dem der Dämpfungszuwachs  $\gamma$  entspricht, und wird dadurch der Ausschlag  $y_{r_1}$  herabgedrückt auf  $y_{r_2}$ , so gilt bekanntlich für den Fall, daß beide Systeme gedämpft sind, die Gleichung<sup>2)</sup>

$$(1) \quad \frac{y_{r_2}}{y_{r_1}} = \frac{b_{II} (b_I + b_{II})}{(b_{II} + \gamma) (b_I + b_{II} + \gamma)}.$$

Wenn dagegen die Erregerschwingung ungedämpft ist, so gilt die Gleichung<sup>3)</sup>

$$(2) \quad \frac{y_{r_2}}{y_{r_1}} = \frac{b_{II}^2}{(b_{II} + \gamma)^2}.$$

Im letzteren Falle, und nur in diesem, müssen sich also die Wurzeln aus den Höhen der nichtreduzierten Resonanzkurven verhalten wie die zugehörigen Dämpfungswerte. Die Kurven

1) H. Diesselhorst, Verh. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 10. p. 306. Fig. 2. 1908.

2) Vgl. J. Zenneck, l. c. p. 624.

3) Wenn  $b^2$  klein gegen  $\pi^2$  vorausgesetzt wird.

Figg. 6a und 6b (Tab. II) sind unter denselben Bedingungen aufgenommen, die Ausschläge sind ferner auf dieselbe Standardkreisangabe  $y_1 = 18,70$  reduziert. Es ist

$$y_{r_1} = 23,2 \text{ und } y_{r_2} = 12,6, \text{ also } \sqrt{\frac{y_{r_1}}{y_{r_2}}} = 1,357,$$

während

$$\frac{d + r}{d} = 0,0536 : 0,0396 = 1,354$$

ergibt. Daraus folgt also, daß bei der Aufnahme von Resonanzkurven die Primärschwingung innerhalb der Fehlergrenzen der Methode als völlig ungedämpft angesehen werden kann. Zugleich ist durch dieses Beispiel gezeigt, mit welcher Genauigkeit die in Gleichung (2) enthaltene Methode der Bestimmung von Dekrementen durch Vergleichung der Maximalausschläge<sup>1</sup> verwendet werden kann.

#### 4. Die Koppelungsfrage.

Für den Fall, daß ein Oszillator mit dem Dekrement  $b_1$  auf einen Meßkreis mit dem Dekrement  $b_{II}$  induziert, ergibt die Resonanzkurve nach M. Wien<sup>2)</sup> den Wert

$$(b_1 + b_{II}) \sqrt{1 + \frac{\pi^2 k^2}{b_1 \cdot b_{II}}},$$

wobei  $k^2$  den Koppelungsgrad bedeutet. Zur genauen Bestimmung der Dekrementensumme muß deshalb  $k^2$  klein gegen  $b_1 b_2 : \pi^2$  sein.

Welche Form dieses Kriterium für einen mit der Bogenlampe erregten Schwingungskreis annimmt, ist aus den Wienschen Gleichungen nicht zu ersehen, indem der theoretische Ansatz hier von vornherein ein anderer sein muß. Hier soll vorläufig nur die eine Frage experimentell beantwortet werden, ob die Koppelung für eindeutige Dekrementbestimmungen lose genug gemacht werden kann.

Um über die Größenordnung der Koppelung einen Anhaltspunkt zu haben, wurde der gegenseitige Induktionskoeffizient  $P_{12}$  nach den Maxwell'schen Gleichungen berechnet. Andererseits

1) Vgl. J. Zenneck, l. c. p. 622.

(2 M. Wien, l. c., sowie B. Mackä, Physik. Zeitschr. 9. p. 497. 1908.



konnte aber die Selbstinduktion des Primärkreises nur wenig genau bestimmt werden, da die Schwingung weit entfernt vom quasistationären Zustand war. Im Folgenden ist als wahrscheinlichster Wert aus verschiedenen Messungen die Selbstinduktion zu  $P_1 = 9,5 \cdot 10^5$  cm angenommen.

Die Kurven in Fig. 5 und Fig. 8 (Tabb. I und IVa und b) sind bei beträchtlich verschiedener Koppelung aufgenommen und

Tabelle IVa.

Fig. 8 (O).

$d_0$	$\frac{n}{n_r}$	$y \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$	$\frac{y}{y_r} \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$	$d^0$	$\frac{n}{n_r}$	$y \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$	$\frac{y}{y_r} \cdot \frac{y_{10}}{y_1}$
70	1,01233	2,60	0,187	95		12,65	0,910
73		3,31	0,238	97		10,99	0,790
75		3,83	0,276	100	0,99533	8,61	0,620
77		4,72	0,340	102		7,26	0,522
80	1,00654	6,32	0,455	105		5,52	0,397
83		8,37	0,602	107		4,58	0,330
85		9,84	0,708	110	0,98984	3,58	0,258
87		11,71	0,843	113		2,89	0,208
90		13,51	0,972	115		2,51	0,281
91,6	1	(13,9)	1	117		2,22	0,159
				120	0,98445	—	—

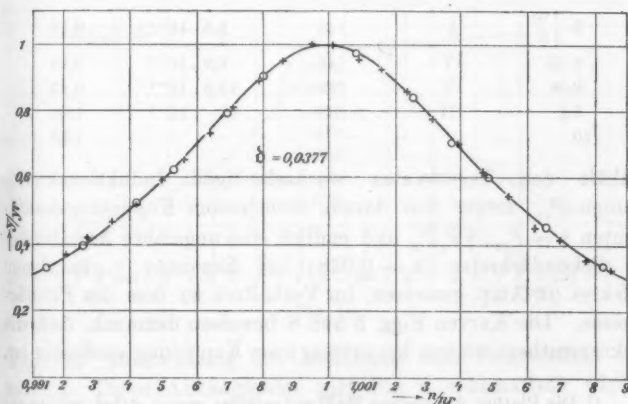


Fig. 8.

Tabelle IVb.

Fig. 8 (x). Ohne Standardkreis aufgenommen.

$d^{01}$	$\frac{n}{n_r}$	$\frac{y}{y_r}$	$d^0$	$\frac{n}{n_r}$	$\frac{y}{y_r}$
35	1,00773	0,330	91	1	(1)
40		0,355	95	0,99865	1,005
45		0,418	100		0,956
50		0,450	105		0,891
55	1,00468	0,546	110	0,99568	0,815
60		0,620	115		0,736
65		0,705	120		0,654
70		0,777	125		0,590
75	1,00165	0,864	130	0,99274	0,515
80		0,924	135		0,469
85		0,956	140		0,420
90		1	145		0,370

ergeben sämtlich den Wert 0,0377 für das Dekrement. Über den jeweiligen Koppelungsgrad gibt Tab. V Aufschluß. Sie

Tabelle V.

Figur	Tabelle	$P_{12}$ (C.G.S.)	$k = \frac{P_{12}}{21,2} \cdot 10^{-4}$	$J_{II} : J_I$
5 $\begin{Bmatrix} \odot \\ \times \end{Bmatrix}$	I	118	$5,6 \cdot 10^{-4}$	0,18
8 $\odot$	IV	146	$6,9 \cdot 10^{-4}$	0,24
8 $\times$	IV	265	$12,5 \cdot 10^{-4}$	0,43
7a	III	> 600	$> 28 \cdot 10^{-4}$	1,00
10				1,85

enthält den berechneten wechselseitigen Induktionskoeffizienten  $P_{12}$ , ferner den daraus berechneten Koppelungskoeffizienten  $k = P_{12} : \sqrt{P_1 P_{II}}$  und endlich eine ungefähre Angabe des im Sekundärkreise ( $b = 0,038$ ) bei Resonanz vorhandenen Effektes (in Amp. gemessen) im Verhältnis zu dem des Primärkreises. Die Kurven Figg. 5 und 8 beweisen demnach, daß die Dekrementbestimmung bei extrem loser Koppelung eindeutig ist.

1) Die Platten des kleinen Meßkondensators waren dabei anders angeordnet, so daß die Kapazität kleiner war als sonst.

Wie die Verhältnisse für noch festere Koppelung liegen, kann aus dem vorläufig aufgenommenen Kurvenmaterial noch nicht mit Bestimmtheit ausgesagt werden. Allem Anschein nach ist das Koppelungsgebiet, in welchem das Dekrement konstant bleibt, noch viel größer. So ist die Kurve Fig. 7a bei einer Koppelung  $P_{12} > 600$  (vgl. Tab. V) aufgenommen. Das Dekrement 0,0363 ist kleiner als diejenigen, die sich aus Figg. 5 und 8 ergeben, d. h. kleiner als 0,0377. Die Abnahme des Dekrements muß aber, wie aus der Kurve Fig. 7b

$$(\delta = 0,0363 + 0,0535)$$

hervorgeht, auf der (tatsächlich stattgehabten) Verringerung der Induktion des Meßkreises auf den Bolometerkreis zurückgeführt werden.

Von dieser Koppelung ( $P_{12} > 600$ ) an wird ferner die Reduktion auf die Angaben des Standardkreises unmöglich,

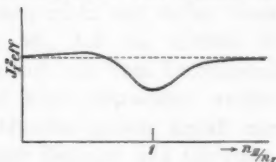


Fig. 9.

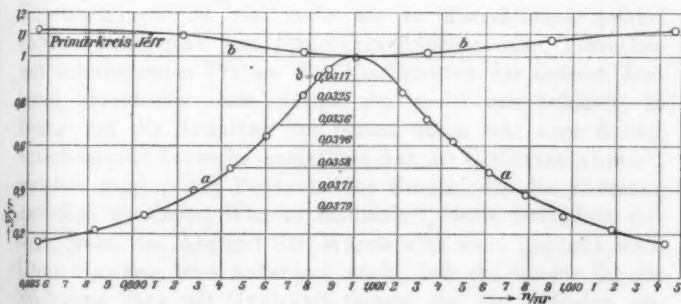


Fig. 10.

weil die Rückwirkung des Meßkreises den Primäreffekt verändert. Diese Abhängigkeit gibt Fig. 9 schematisch wieder. Je fester die Koppelung ist, um so tiefer rückt das Minimum,

bis endlich bei fester Koppelung der Flammenbogen im Resonanzfalle aussetzt. In Fig. 10 ist eine derartige Kurve ( $\delta$ ) eingetragen, welche bei einer Koppelung (vgl. Tab. V), bei der die Bogenlampe schon nahe am Verlöschen war, beobachtet wurde. Gleichzeitig nimmt die Resonanzkurve die in Fig. 10 wiedergegebene Form  $a$  an. Die Dekrementwerte, die sich aus der Kurve ergeben, sind oben bedeutend kleiner als unten, und zwar nähern sich die unteren Werte dem wahren Dekrementwerte (ca. 0,0380).

(Eingegangen 11. Oktober 1908.)

**5. Die Gesetze der Molekularströmung  
und der inneren Reibungsströmung der Gase  
durch Röhren;  
von Martin Knudsen.**

1 Einleitung.

Für die Strömung der Gase durch lange, enge Röhren ist es, wie bekannt, möglich, Poisseuilles Gesetz zu verwenden, wenn die mittlere Weglänge der Gasmoleküle im Vergleich mit dem Durchmesser der Röhre verschwindend klein ist. Aus den Versuchen, welche Kundt und Warburg<sup>1)</sup> und später Warburg<sup>2)</sup> ausgeführt haben, geht hervor, daß Poisseuilles Gesetz nicht mit voller Genauigkeit gilt, wenn die Röhre so eng ist, daß die mittlere Weglänge der Gasmoleküle im Vergleich mit dem Durchmesser der Röhre nicht als verschwindend klein betrachtet werden kann. Die Abweichungen vom Gesetze gaben Anlaß zur Überführung der Begriffe von äußerer Reibung und Gleitung auf die Bewegung eines Gases längs einer festen Wand; die Gleitungserscheinung ist aber doch nicht so eingehend untersucht worden, daß diese Untersuchungen zu viel mehr als zu Korrekturen geführt haben, wenn man aus Strömungsversuchen oder Versuchen mit schwingenden Platten den Koeffizienten der inneren Reibung berechnete. Der einzige, der soviel mir bekannt, in bezug auf die Strömung von Gasen durch sehr enge Kanäle entscheidende Versuche ausgeführt hat, ist C. Christiansen<sup>3)</sup>, welcher zeigte, daß Poisseuilles Gesetz, für die Strömung zwischen parallelen Wänden modifiziert, seine Gültigkeit verliert, wenn der Abstand der Wände sehr klein gemacht wird. Christiansen wies außerdem nach, daß das Gesetz für die Strömung dann mit Grahams Gesetz für die Diffusion von Gasen durch Körper wie künstlichen Graphit stimmt, indem

1) A. Kundt u. E. Warburg, Pogg. Ann. 155. p. 337, 525. 1875.

2) E. Warburg, Pogg. Ann. 159. p. 399. 1876.

3) C. Christiansen, Wied. Ann. 41. p. 565. 1890.

es sich zeigte, daß die Volumina von verschiedenen Gasen, die in gleich langen Zeiten zwischen den Wänden passieren, sich umgekehrt wie die Quadratwurzel vom spezifischen Gewicht der Gase verhalten. Aus seinen Versuchen zieht Christiansen den Schluß, daß die Atmolyse durch poröse Körper wesentlich als eine rein mechanische Erscheinung zu deuten ist, daß es einen kontinuierlichen Übergang von Transpiration zur Diffusion gibt und daß gemischte Gase sich teilweise scheiden, wenn sie durch recht enge Spalten oder Röhren strömen.

Es soll nun meine Aufgabe sein, zu finden, wie die atmolytische oder molekulare Strömung von den Dimensionen der Röhre und den physikalischen Eigenschaften der Gase abhängt, ferner die Gesetze zu finden für den Übergang von der Strömung, wo die innere Reibung vorherrschend ist (Poisseuilles Gesetz), zur molekularen Strömung.

## 2. Zusammenfassung der Resultate.

Als Resultat der Untersuchungen kann hervorgehoben werden, daß man bei Strömung durch einen Kanal, dessen Weite oder Breite im Vergleich mit der Länge des Kanales und mit der mittleren Weglänge der Gasmoleküle verschwindend klein ist, eine molekulare Strömung hat, für welche folgendes Gesetz gilt:

$$Q_t = \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \frac{p_1 - p_2}{W}.$$

Hier bedeutet  $Q_t$  die in der Zeiteinheit durchströmende Gasmenge, durch das Produkt von Volumen und Druck bei der Temperatur der Röhrenwände gemessen,  $\rho_1$  das spezifische Gewicht des Gases bei dem Druck 1 Dyn/cm<sup>3</sup> und bei der Temperatur der Röhre. Die Strömung geht vom Druck  $p_1$  bis zum Druck  $p_2$  vor sich. Absolute Einheiten werden benutzt. Die Größe  $W$  (der Widerstand des Strömungskanales) hängt allein von den Dimensionen der Röhre ab und kann so ausgedrückt werden

$$W = \frac{3\sqrt{\pi}}{8\sqrt{2}} \int_0^L \frac{dl}{A^3},$$

wo  $L$  die Länge der Röhre ist;  $o$  ist der Umkreis und  $A$  das Areal eines Normalschnittes in der Entfernung  $l$  vom einen Ende des Kanales. Dieser Ausdruck des Widerstandes gilt für zylindrische Röhren mit beliebiger Querschnittsform und kann unter gewissen Voraussetzungen auch bei anderen Röhrenformen verwendet werden. Auf eine zylindrische Röhre mit kreisförmigem Querschnitt mit Radius  $R$  verwendet, gibt diese Formel, indem

$$W = \frac{3}{4\sqrt{2}\pi} \frac{L}{R^3}$$

ist,

$$Q_t = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} R^3 \sqrt{\frac{1 + \alpha t}{\varrho_0} \frac{p_1 - p_2}{L}},$$

wo  $\alpha$  der Ausdehnungskoeffizient des Gases und  $\varrho_0$  das spezifische Gewicht des Gases bei  $0^\circ$  und  $1 \text{ Dyn/cm}^2$  ist.

Das Gesetz ist durch eine einfache theoretische Betrachtung gefunden, die von Maxwells Geschwindigkeitsverteilungsgesetz samt einer Theorie von der Wechselwirkung zwischen Gasmolekülen und einer festen Wand ausgeht. Diese neue Theorie, die im folgenden begründet werden soll und vielleicht für künftige Untersuchungen von Bedeutung werden wird, sagt, daß ein Gasmolekül, wenn es eine feste Wand trifft, in einer Richtung zurückfliegt, die vollständig unabhängig von der Richtung ist, in welcher es sich der Wand nähert, samt daß eine große Anzahl von Molekülen, wenn sie ein Flächenelement einer festen Wand treffen, nach dem für die Ausstrahlung glühender fester Körper bekannten Cos-Gesetz wieder herausgesendet werden.

Das theoretisch gefundene Gesetz für die Gasmenge, die durch eine Röhre hindurchströmt, ist durch Versuche mit kreisförmigen zylindrischen Röhren vollkommen bestätigt worden. Bei den Versuchen wurde die mittlere Weglänge der Moleküle von Größen ca. 225 mal so klein bis zu Größen ca. 6000 mal so groß als der Radius der Röhre variiert.

Man sieht, daß das gefundene Gesetz für die molekulare Strömung ein ganz anderes als Poisseuilles Gesetz ist. So ergibt es beim niedrigsten mittleren Druck, bei welchem Messungen vorgenommen sind, für Kohlensäure einen etwa 50000 mal größeren Wert für die durchströmende Gasmenge, als man durch Verwendung von Poisseuilles Gesetz ohne Gleitungs-korrektur finden würde.

Ist die mittlere Weglänge der Gasmoleküle im Vergleich mit dem Verhältnis zwischen dem Areal und dem Umkreis des Querschnittes der Röhre nicht sehr groß oder sehr klein, gilt ein komplizierteres Gesetz, das sowohl Poisseuilles Gesetz wie das Gesetz für die molekulare Strömung in sich einschließt. Es soll gezeigt werden, daß die durchströmende Gasmenge, wenn bei kreisförmigen Röhren durch Steigerung des Druckes die mittlere Weglänge verkleinert wird, für einen gegebenen Druckfall abnimmt bis zu einem Minimum, welches für jedes Gas und jede Röhre erreicht wird, wenn die mittlere Weglänge 5,0mal so groß als der Röhrenradius geworden ist. Die durchströmende Gasmenge ist für die rein molekulare Strömung 5 Proz. größer als für dieses Minimum. Bei weiterer Steigerung des Druckes nimmt die durchströmende Gasmenge wieder zu. Es zeigt sich, daß, wenn die Strömung beim mittleren Druck  $p$  Dyn/cm<sup>2</sup> vor sich geht, für jeden Wert von  $p$  mit hinlänglicher Annäherung folgende allgemeine Formel für kreisförmige zylindrische Röhren gilt, indem man absolute Einheiten benutzt:

$$(13) \quad Q_t = \left( ap + b \frac{1 + c_1 p}{1 + c_2 p} \right) (p_1 - p_2),$$

wo  $a$  der Poisseuillesche Ausdruck

$$a = \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} \frac{R^4}{L}$$

ist, worin  $\eta$  den Koeffizient der inneren Reibung bei der gegenwärtigen Temperatur,  $b$  den Koeffizient der molekularen Strömung bedeuten.

$$b = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{c_1}} \frac{R^3}{L},$$

$$c_1 = 2,00 \frac{\sqrt{c_1}}{\eta} R, \quad c_2 = 2,47 \frac{\sqrt{c_1}}{\eta} R.$$

Man wird sehen, daß die ausgeführten Versuche nebenbei eine experimentelle Bestätigung, und zwar so weit ich sehen kann, die einzige des Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes Maxwells und meiner oben angeführten Theorie von der Wechselwirkung zwischen Luftmolekülen und einer festen Wand abgeben. Die Messungen beweisen die Brauchbarkeit von Mc Leods Manometer, sowie die Gültigkeit von Mariottes und Gay-Lussacs Gesetzen bei niedrigen Drucken. Es kann bemerkt werden, daß die molekulare Strömung zur Bestim-



mung sehr kleiner Druckunterschiede brauchbar ist (z. B. der Dampfdruck des Quecksilbers und anderer Körper bei niedrigen Temperaturen), und wird auch über Dissoziationerscheinungen Aufschlüsse geben können.

### 3. Die Meßapparate und ihre Anwendung.

Für die Strömungsversuche wurden ausschließlich enge Glasröhren benutzt, deren Dimensionen mit ziemlich großer Genauigkeit bestimmt werden konnten. Zwei Glasbehälter, in welchen die Drucke, jeder für sich, durch Mc Leods Gauge bestimmt werden konnten, wurden mit der zu untersuchenden Röhre miteinander verbunden. Besteht ein Druckunterschied in den beiden Behältern, so strömt das Gas durch die Verbindungsröhre hindurch, und man hat dann nur zu messen, wie sich der Unterschied des Druckes während der Strömung verändert, um daraus zu berechnen, wieviel Gas in einer gewissen Zeit bei einem gegebenen konstanten Unterschied des Druckes durch die Röhre hindurchströmen würde, wenn das Volumen jeden Behälters bekannt ist.

Es wurde zunächst ein Apparat benutzt, worauf die Strömungsröhre durch Kautschukschläuche und Quecksilberverschlüsse angebracht werden konnte. Es zeigte sich, daß diese Verbindung nicht dicht genug war, und da der Apparat mit mehreren Hähnen versehen war, die auch Undichtigkeit veranlassen konnten, wurde ein neuer Apparat konstruiert, welcher nur mit einem Hahn versehen war, und dessen Diffusionsröhre durch Anblasung befestigt wurde.

Da ich nie etwas davon gehört hatte, daß Mc Leods Gauge zu genauen Druckbestimmungen verwendet worden ist, und da aus der Literatur hervorgeht, daß Mariottes Gesetz bei kleinen Drucken seine Gültigkeit verliert, hatte ich nicht mehr, als eine ziemlich grobe Annäherung an die gesuchte Gesetzmäßigkeit der Strömung des Gases bei niedrigen Drucken zu finden erwartet. Im Laufe der Arbeit zeigte es sich indessen, daß der Gaugeapparat sehr wohl zu genauen Bestimmungen benutzt werden kann, indem die Messungen nicht die geringste Andeutung von Abweichungen von Mariottes Gesetz gaben, weder für Wasserstoff, noch Sauerstoff, noch Kohlensäure bis zu einem Druck von  $\frac{1}{10000}$  mm, dem niedrigsten,

mit der Genauigkeit von einigen Prozent im Apparate meßbaren Drucke. Es findet sich auch nicht die geringste Andeutung von Unsicherheit wegen etwaiger Gaskondensation am Glase. Die Fehler meiner Gaugemessungen rühren hauptsächlich von der Unsicherheit der Kapillardepression des Quecksilbers in der engen Gaugeröhre und von Unreinheiten der Gase her. Da ich nur allmählich darüber klar wurde, daß der Gaugeapparat genaue Druckbestimmungen gestattete, habe ich bei den Versuchen mit dem ersten Apparat und bei den ersten Versuchen mit dem zweiten Apparat nicht viel Gewicht darauf gelegt, die Temperaturen der Strömungsröhre oder der Gasbehälter konstant zu halten, und kleinere Fehler können auch dadurch entstanden sein, daß das Volumen der beiden Behälter während den ersten Versuchen nicht genau unverändert gehalten wurde.

Eine Reihe von Bestimmungen, die mit dem ersten Apparat mit Röhren von verschiedener Länge und verschiedenem Radius und mit verschiedenen Gasen bei ungleichen Temperaturen unternommen wurden, ergaben eine so gute Übereinstimmung mit dem theoretisch aufgestellten Gesetze, daß die Abweichungen durch Beobachtungsfehler erklärt werden konnten. Da die Beobachtungen mit dem zweiten Apparat mit etwas größerer Genauigkeit gemacht werden konnten, und da der Apparat dazu eingerichtet war, weit größere Drucke zu messen als der erste Apparat, soll dessen Einrichtung nicht näher beschrieben werden. Die mitgeteilten Versuchsergebnisse sind, mit Ausnahme der Versuche über den Einfluß der Temperatur auf die molekulare Strömung, mit dem zweiten Apparat gewonnen.

Die Fig. 1 zeigt eine schematische Darstellung des Meßapparates. Die Glasbehälter  $V_1$  und  $V_2$  waren jeder mit seiner Gauge  $G_1$  und  $G_2$  verbunden. Die zu untersuchende Röhre wurde dem Apparate bei  $a_1$  und  $a_2$  angeblasen. Die Röhren  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  und  $g_4$  waren über einen Barometerstand lang und durch Kautschukschläuche mit Quecksilberbehältern verbunden, die gehoben und gesenkt werden konnten. In den obersten Teil dieser vier Röhren waren Luftfallen eingeblasen. Durch Hebung des mit  $g_4$  in Verbindung stehenden Quecksilberbehälters kann der ganze Apparat von der Pumpe abgesperrt

werden. Durch Hebung des mit  $g_3$  in Verbindung stehenden Quecksilberbehälters, so daß das Quecksilber bis  $a_1$  und  $a_2$  steigt, kann man jede Gasströmung von einer Seite des Apparates zur anderen unterbrechen. Wird das Quecksilber etwas gesenkt, kann man durch die Strömungsröhre allein Verbindung herbeischaffen, und wird es noch mehr gesenkt, so daß es nicht in die beiden Zweige der U-förmigen Röhre hinaufreicht, in die der obere Teil von  $g_3$  sich fortsetzt, so kann man die beiden Seiten des Apparates in direkte Verbindung miteinander bringen. Alle Verbindungsröhren des Apparates waren zusammengeblasen und hatten überall 10–12 mm lichte Weite.

Das Volumen jedes der Behälter  $V_1$  und  $V_2$  war ca. 500 ccm und das Volumen jedes Gaugebehälters ca. 400 ccm. In  $V_1$  und  $V_2$  wurde etwas Phosphorsäureanhydrid eingebracht, worauf diese Behälter durch Schliff und Quecksilberdichtung verschlossen wurden. Die Steigröhren und die Kapillarröhren der Gaugen waren mit eingezätzter Zentimeterskala versehen, die beiden Zweige der U-förmigen Röhre ebenso.

Vor der Zusammenblasung des ganzen Apparates wurde das Volumen der Gaugenbehälter und die Einteilung der Gaugenröhren bestimmt. Jede der Gaugenröhren war aus drei Stücken zusammengesetzt, wovon jedes ca. 15 cm lang war. Das oberste Stück hatte eine lichte Weite von ca. 0,8 mm, das mittlere ca. 2 mm und das unterste ca. 5 mm. Diese Abstufung der Gaugenröhren sollte es ermöglichen, mittels der Gauge ziemlich große Drucke (bis 5 mm Quecksilberdruck) und ziemlich

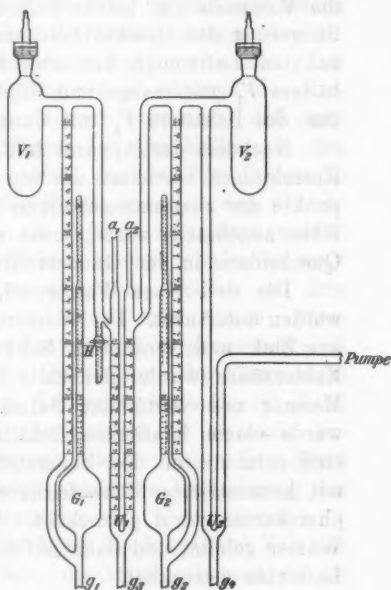


Fig. 1.

kleine Drucke ohne zu große Veränderung der prozentischen Genauigkeit zu messen.

Nach der Zusammenstellung des Apparates und dem Auffüllen von Phosphorsäureanhydrid und Quecksilber wurden die Volumina der beiden Seiten für sich durch Messung der Steigerung des Druckes bestimmt, die das Auffüllen einer bekannten Luftmenge hervorbrachte. Das Volumen des Behälters  $V_1$  mit Gauge und Röhre ergab sich zu 942,0 cm<sup>3</sup>, das des Behälters  $V_2$  mit Gauge und Röhre zu 1019,0 ccm.

Nachdem der Apparat luftleer gepumpt war, wurden die Korrekturen bestimmt, die von dem Umstande, daß die Nullpunkte der zusammengehörigen Einteilungen nicht in gleicher Höhe angebracht waren, sowie von der Kapillardepression des Quecksilbers in den Gaugenröhren herrührten.

Die drei Gase Wasserstoff, Sauerstoff und Kohlensäure wurden untersucht. Der Wasserstoff wurde in Kipps Apparat aus Zink und verdünnter Schwefelsäure entwickelt. Für die Kohlensäure wurde gleichfalls ein Kippischer Apparat mit Marmor und verdünnter Salzsäure benutzt. Der Sauerstoff wurde einem käuflichen Behälter mit komprimiertem Sauerstoff entnommen. Der Sauerstoff und der Wasserstoff wurden mit konzentrierter Schwefelsäure und in U-Röhren mit Phosphorsäureanhydrid getrocknet. Die Kohlensäure wurde durch Wasser geleitet und dann auf dieselbe Weise wie die anderen Luftarten getrocknet.

Für das Auspumpen des Apparates wurde eine Gaedesche Pumpe benutzt.

Die Strömungsröhre war während der Versuche in einem Wasserbad angebracht, das durch elektrische Aufwärmung um 3—4° wärmer als der übrige Apparat gehalten wurde, um zu verhindern, daß sich Quecksilbertropfen in der Röhre verdichteten und die Strömung der Luft teilweise versperrten.

Eine Reihe von Versuchen wurde auf folgende Weise ausgeführt. Die zu untersuchende Luftart wurde durch den Hahn  $H$  in den Apparat hineingebracht. Es wurde zur Pumpe abgesperrt und der Stand des Quecksilbers in den beiden Zweigen der Röhre  $U_1$  dann abgelesen, indem gleichzeitig ein Sekundenzähler in Gang gesetzt ward. Dadurch wurde der Unterschied des Druckes  $p_1 - p_2$  bestimmt. Wenn der Druck-

unterschied durch die Strömung des Gases durch die Röhre bis auf die Hälfte oder ein Drittel des ursprünglichen Wertes gesunken war, wurde der Druckunterschied wieder bestimmt, indem gleichzeitig die Zeit aufgezeichnet ward. Dann wurde das Quecksilber in der Röhre  $U_1$  gesenkt, so daß die beiden Seiten des Apparates in direkte Verbindung miteinander gebracht und der Druckunterschied ausgeglichen wurde. Der mittlere Druck  $p$  im Apparate, so wie er während des Versuches gewesen, wurde dann dadurch bestimmt, daß man mit einem Kathetometer den Stand des Quecksilbers in den beiden Zweigen der Röhre  $U_2$  ablas, nachdem die Pumpe so lange gearbeitet hatte, daß der Raum zwischen dem Quecksilber in  $U_2$  und der Pumpe als luftleer betrachtet werden konnte. Die Temperatur der Strömungsröhre wurde mit samt dem Stand eines Thermometers abgelesen, welcher auf dem Apparate selbst aufgehängt war, damit man wissen könne, bei welcher Temperatur die Druckmessungen vorgenommen sind.

Obgleich die Strömung des Gases durch die Röhre nicht während der ganzen Zeit eines Versuches stationär ist, kann sie doch in jedem einzelnen Zeitelement als stationär betrachtet werden, da die Luftmenge, die in kurzer Zeit durch die Röhre hindurchströmt, keine merkbare Veränderung des Druckunterschiedes  $p_1 - p_2$  erzeugt.

Vorausgesetzt, daß die durch das Produkt  $Q$  von Volumen und Druck gemessene Gasmenge, die im Zeitelement  $d\tau$  bei stationärer Strömung durch die Röhre passiert, dem Druckunterschied  $p_1 - p_2$  proportional ist, kann man

$$Q d\tau = T(p_1 - p_2) d\tau = -d(p_1 V_1) = d(p_2 V_2)$$

setzen, indem  $-d(p_1 V_1)$  die Luftmenge bezeichnet, die von einer Seite des Apparates verschwindet, und  $d(p_2 V_2)$  die Luftmenge, die in die andere Seite hineinkommt. Man hat also

$$\frac{T d\tau}{V_1} = -\frac{dp_1}{p_1 - p_2} \quad \text{und} \quad \frac{T d\tau}{V_2} = \frac{dp_2}{p_1 - p_2},$$

woraus folgt

$$\frac{d(p_1 - p_2)}{p_1 - p_2} = -T \left( \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) d\tau,$$

woraus man findet:

$$(1) \quad T = -\frac{\Delta \log \text{nat} (p_1 - p_2)}{\tau} \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2}.$$

$\Delta \log nat (p_1 - p_2)$  bezeichnet die Differenz zwischen den natürlichen Logarithmen von zwei Druckunterschieden, die in dem Zeitintervall von  $\tau$  Sekunden gemessen sind.  $T$  bezeichnet die durch das Produkt von Volumen und Druck gemessene Gasmenge, die in einer Sekunde vom Druckunterschied 1 durch die Röhre getrieben wird. Die Druckeinheit ist hier eine beliebige, wenn nur dieselbe Einheit bei der Bestimmung des Druckunterschiedes wie bei der Angabe von  $T$  benutzt wird.

Die Voraussetzung, daß die in einem Zeitelement durchströmende Gasmenge dem treibenden Druckunterschied proportional ist, ist nach der theoretischen Untersuchung voraussetzlich kaum ganz richtig, was sich dadurch zu erkennen gäbe, daß man verschiedene Werte von  $T$  finden würde, wenn man in obenstehende Gleichung eine Reihe verschiedener, während derselben Strömungsversuche bestimmter Druckunterschiede einsetzen sollte. Von solchen Reihen sind viele bei den verschiedensten mittleren Drucken ausgeführt worden; die gefundenen Verschiedenheiten von  $T$  in jeder einzelnen Reihe sind aber nicht größer und gesetzmäßiger gewesen, als daß sie durch die Beobachtungsfehler erklärt und jedenfalls gedeckt werden können.

Alle mittleren Drucke, größer als 5 mm Quecksilber, sowie deren Druckunterschiede wurden in der erwähnten Weise ohne Benutzung der Gaugen bestimmt. Für alle Drucke, unter 5 mm Quecksilber, wurden die Gaugen benutzt, durch welche die Größen von  $p_1$  und  $p_2$  selbst gefunden wurden. Der mittlere Druck  $p$  wurde dann aus der Gleichung

$$p(V_1 + V_2) = p_1 V_1 + p_2 V_2$$

bestimmt. Bei jeder einzelnen Bestimmung von  $T$  erhält man zwei voneinander unabhängige Bestimmungen von  $p$ , nämlich eine zu Anfang des Versuches und eine bei dem Schluß desselben. Diese beiden Größen sollen natürlich gleich sein; und wenn sie es nicht sind, muß ein Fehler irgend einer Art begangen sein.

Wenn der Apparat rein und trocken war, stimmten die beiden Bestimmungen des mittleren Druckes so gut miteinander, daß die Abweichungen Beobachtungsfehlern, bis-

weilen in Verbindung mit einer verschwindend kleinen Undichtigkeit oder Unreinheit des Gases oder des Glases zu-  
geschrieben werden konnten.

Die Zeit  $\tau$  zwischen zwei aufeinander folgenden Paaren von Druckbestimmungen wurde nach der Gasart und dem Widerstand der Röhre gerichtet, indem man so viel wie möglich dafür sorgte, daß der Druckunterschied bis zwischen Hälfte und Drittel der ursprünglichen Größe sank. Eine Berechnung zeigt nämlich, daß man in dem Falle die genaueste Bestimmung von  $T$  mittels der Gleichung (1) erhält. Die Dauer jedes Versuches war bei den größten mittleren Drucken einige Minuten, und bei allen Gaugemessungen zwischen  $\frac{3}{4}$  Stunden und 12 Stunden.

Da die Strömungsröhre um einige Grad wärmer als die Gaugen gehalten wurde, mußten die gefundenen Werte  $T$  alle auf die Temperatur der Röhre reduziert werden.

Der größte mittlere Druck, bei welchem  $T$  bestimmt wurde, war ca. 23 cm Quecksilberdruck, wogegen der kleinste ca. 0,000014 cm Quecksilberdruck, also ca. um  $1\frac{1}{2}$  Millionen mal so klein als der größte war.

Es sind vier verschiedene Röhren untersucht worden. Die Röhre Nr. 1 hatte eine Länge von ca. 6 cm und einen Radius von ca. 0,01 cm. Die Röhre Nr. 2 hatte denselben Radius, war aber doppelt so lang wie die Röhre No. 1. Die Röhre Nr. 3 hatte dieselbe Länge wie die Röhre Nr. 1, aber einen 1,4 mal größeren Radius. Die Röhre Nr. 4 bestand aus 24 parallelen, 2 cm langen Röhren mit einem Radius von ca. 0,003 cm. Die genaue Bestimmung der Dimensionen dieser Röhren ging auf folgende Weise vor sich.

Die Röhren 1 und 2 wurden von demselben Röhrenstück genommen, das, unter dem Mikroskop betrachtet, einen einigermaßen kreisförmigen Querschnitt hatte. Die Röhre wurde durch Quecksilberfäden verschiedener Länge kalibriert, und das Volumen eines Röhrenstückes wurde durch Wägung mit Quecksilber bestimmt. Die beiden zu untersuchenden Röhrenstücke, 1 und 2, wurden von der Röhre abgeschnitten, und etwa 5 mm weite Röhrenstücke an jedem Ende angeblasen. Bei dieser Anblasung wurde dafür gesorgt, daß die Kapillarröhre ihren Querschnitt, so weit möglich, un-



verändert behielt; es konnte aber natürlich nicht vermieden werden, daß die Kapillarröhre auf einer kurzen Strecke durch kegelförmige Erweiterung dieselbe Weite erhält, wie die angeschmolzene Röhre. Die Dimensionen der kegelförmigen Teile wurden auf folgende Weise bestimmt. Nahe an jedem Ende der Röhre wurde ein Strich geätzt und der Abstand zwischen den Strichmarken gemessen. Dann wurde der Durchmesser des kegelförmigen Teiles der Röhre in verschiedener Entfernung von den geätzten Marken durch Ausmessung mit Mikroskop mit Okularmikrometer bestimmt, indem Messungen für eine jedesmalige Entfernung von 0,2 mm von den Marken vorgenommen wurden. Bei diesen Messungen wurde die Oberfläche der Glasröhre durch Deckglas und Immersionsöl optisch plan gemacht. Messungen, die auf dieselbe Weise auf dem fast zylindrischen, kalibrierten Teil der Röhre ausgeführt wurden, ergaben die Einheit der gefundenen Masse. Durch diese mikroskopischen Messungen in Verbindung mit der Kalibrierung und der Quecksilberwägung wurde der Widerstand der Röhren bestimmt:

$$W = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^L \frac{dl}{A^2} = \frac{3}{4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^L \frac{dl}{R^2},$$

ebenso der mittlere Wert  $R$  des kalibrierten Teiles des Röhrenradius. Bei der Berechnung des Widerstandes zeigte es sich, daß man bei den gewählten Dimensionen von dem Widerstande der etwa 5 mm weiten Zuleitungsröhren absehen konnte. Der Widerstand der Röhre 3 wurde auf ähnliche Weise wie der der Röhren 1 und 2 bestimmt.

Die Röhre Nr. 4 wurde auf folgende Weise hergestellt. Eine enge und ziemlich dünnwandige Kapillarröhre wurde gezogen, und ein einigermaßen kalibrisches Stück von reichlich 50 cm Länge abgeschnitten. Dieses Röhrenstück wurde kalibriert und mit Quecksilber ausgewägt, worauf eine Länge von genau 48 cm abgeschnitten wurde. Diese Länge wurde in 24 möglichst gleiche Teile geteilt, die mit Siegellack in ein Bund gesammelt wurden, das in eine weitere Glasröhre eingelackt wurde, welche dem Apparat angeblasen werden konnte. Der Widerstand dieses Röhrenbundes konnte dann leicht mit



ziemlich großer Genauigkeit berechnet werden, indem der größte Fehler, der in diese Bestimmung eingeht, von Fehlern bei der Wägung des Quecksilberfadens herrührt, welcher, obgleich er 50 cm lang ist, nur ein paar Zentigramm wiegt. Die genaueren Angaben der Widerstände und der Dimensionen der Röhren finden sich in den Tabellen über die Strömungsergebnisse.

#### 4. Die rein molekulare Strömung. Versuchsergebnisse.

Aus dem ganzen Beobachtungsmaterial sollen hier nur einzelne Beobachtungen zur Bestätigung des im folgenden theoretischen Teiles gefundenen Gesetzes hervorgezogen werden:

$$T = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \frac{R^3}{L} = \frac{1}{\sqrt{\rho_1 W}},$$

wo  $T$  die in der Zeiteinheit vom Druckfall 1 durchgetriebene Gasmenge, durch das Produkt von Volumen und Druck gemessen, bezeichnet.  $\rho_1$  ist das spezifische Gewicht der Luftart bei der Temperatur der Röhre und dem Druck 1,  $R$  ist der Radius der Röhre,  $L$  deren Länge.

Zur Untersuchung des Einflusses der Länge werden die Versuche mit der Strömung des Wasserstoffs bei niedrigen mittleren Drucken durch die Röhren 1 und 2 gewählt, die nahezu denselben Radius haben, während die Röhre 2 ungefähr doppelt so lang ist wie die Röhre 1.

Das Verhältnis zwischen den ausgemessenen Widerständen ergab sich als 2,05, das Verhältnis zwischen entsprechenden Werten von  $T$  als 1,95. Die Nichtübereinstimmung kann sehr wohl durch Beobachtungsfehler erklärt werden, da die Messungen mit Wasserstoff, besonders in der Röhre 1, wie wir später sehen werden, ziemlich ungenau sind, weshalb man annehmen kann, daß die durchgeströmte Gasmenge der von der Theorie erforderten Länge umgekehrt proportional ist.

Zur Untersuchung des Einflusses des Radius der Röhre können Versuche mit Kohlensäure in der Röhre 1 und der Röhre 3 gewählt werden. Die Röhre 3 war ca. doppelt so lang und hatte einen ca. 1,4 mal größeren Radius als die Röhre 1.

Das Verhältnis zwischen den ausgemessenen Widerständen ergab sich als 1,15, das zwischen entsprechenden Werten von  $T$  als 1,20, woraus man schließt, daß die durchströmende Gasmenge dem Radius in dritter Potenz direkt proportional ist.

Zur Untersuchung des Einflusses der Gasart können die Messungen mit der Röhre 4 benutzt werden. In der folgenden Tabelle sind die Werte von  $T$  angegeben, sowie die Quadratwurzel des spezifischen Gewichtes  $\varrho$  der Gase mit Wasserstoff als Einheit, ferner das Produkt von  $T$  und  $\sqrt{\varrho}$

	$T$	$\sqrt{\varrho}$	$T \times \sqrt{\varrho}$
Wasserstoff . . . . .	0,168	1	0,168
Sauerstoff . . . . .	0,0409	4	0,164
Kohlensäure . . . . .	0,0848	4,69	0,163

Man sieht also, daß die durchströmende Gasmenge, durch das Produkt von Volumen und Druck gemessen, der Quadratwurzel des spezifischen Gewichtes umgekehrt proportional ist.

Zur Untersuchung des Einflusses der Temperatur habe ich einige mit der Röhre 1 im ersten Apparat ausgeführte Messungen vorgenommen; die Messungen wurden bei einem mittleren Druck von ca. 0,03 cm Quecksilber mit Wasserstoff ausgeführt. Obgleich die gegenseitigen Zusammenstöße der Molekeln noch bei diesem Druck einen merkbaren Einfluß auf die Strömung haben, wird die Theorie doch auch hier bestätigt. Versuche wurden angestellt bei einer Zimmertemperatur von  $22^\circ$ ; dann wurde die Röhre in einem Wasserbad bis auf  $100^\circ$  und danach in einem Glyzerinbad bis auf  $196^\circ$  erwärmt. In der folgenden Tabelle sind unter  $T$  die direkt gefundenen Werte ohne Reduktion auf die Temperatur der Röhre aufgeführt, weshalb die angeführten Werte den durchgeströmten Gewichtsmengen proportional sind. Man sieht, daß je höher die Temperatur wird, je geringer ist die Gewichtsmenge Gas, die hindurchströmt. In der nächsten Kolonne sind unter  $T \times \frac{273 + t}{273 + 22}$  die auf die Temperatur der Röhre reduzierten Werte von  $T$  aufgeführt. Man sieht, daß sie bei wachsender Temperatur wachsen. In der letzten Kolonne sind unter  $T \sqrt{\frac{273 + t}{273 + 22}}$  die Größen aufgeführt, die, wenn das Gesetz richtig ist, gleich sein sollten.

$t$	$T$	$T \times \frac{273 + t}{273 + 22}$	$T \sqrt{\frac{273 + t}{273 + 22}}$
$22^\circ$	0,0713	0,0713	0,0713
100	0,0641	0,0811	0,0721
196	0,0588	0,0935	0,0741

Die Abweichungen vom Gesetze von der Abhängigkeit der Durchströmung von der Temperatur sind nicht größer, als daß sie durch Beobachtungsfehler erklärt werden können, weshalb man annehmen kann, daß die Gewichtsmenge Gas, die durch die Röhre hindurchströmt, der Quadratwurzel der absoluten Temperatur umgekehrt proportional ist, während die Gasmenge, durch das Produkt von Volumen und Druck bei der Temperatur der Röhre angegeben, der absoluten Temperatur direkt proportional ist.

Wird dieses Resultat mit dem für verschiedene Gase gefundenen kombiniert, kann man also sagen, daß die durchgeströmte Luftmenge (Volumen  $\times$  Druck) der Quadratwurzel des spezifischen Gewichtes des Gases bei dem Druck 1 und bei der Temperatur der Röhre umgekehrt proportional ist.

Als Beweis für die Richtigkeit der Konstante  $\frac{1}{3} \sqrt{2\pi}$  in der Formel für  $T$  können Messungen mit allen Röhren angeführt werden. In folgender Tabelle sind die aus der Formel berechneten Werte neben den experimental gefundenen für die drei ersten Röhren aufgeführt.

	$T$ beobachtet	$T$ berechnet
Röhre 1: Wasserstoff . . . .	0,073	0,080
„ 1: Sauerstoff . . . .	0,0187	0,0202
„ 1: Kohlensäure . . . .	0,0166	0,0172
„ 2: Wasserstoff . . . .	0,0375	0,0392
„ 3: Kohlensäure . . . .	0,0199	0,0198

Man wird bemerken, daß die beobachteten Werte in den meisten Fällen niedriger sind als die berechneten. Da ich nach dem ersten Versuch mit Wasserstoff in der Röhre 1 vermutete, daß die Ursache darin gesucht werden dürfte, daß die in der Röhre mutmaßlich enthaltenen gesättigten Quecksilberdämpfe auf die Strömung der Luft hemmend wirken könnten, unternahm ich einen vorläufigen Versuch zur Bestimmung der Spannung gesättigter Quecksilberdämpfe bei 25°. Die Methode, die sich als besonders brauchbar ergab, bestand darin, gesättigten Quecksilberdampf bei 25° molekular durch ein Röhrenbündel mit bekanntem Widerstand in einen Raum hineinströmen zu lassen, wo die Temperatur auf  $-80^\circ$  gehalten wurde, und wo das Quecksilber nach Beendigung des

Versuches gesammelt und gemessen werden konnte. Der Versuch gab ein Resultat, das mit dem von Hertz durch Extrapolation gefundenen Wert gut stimmte. Wenn der Druck der Quecksilberdämpfe bekannt ist, läßt sich ihr Widerstand gegen die Strömung des Gases durch die Röhre leicht berechnen, und er ergibt sich als zu gering, um die gefundenen Abweichungen zu erklären. Es zeigte sich übrigens später, daß bei dem Versuche mit der Strömung des Wasserstoffs durch die Röhre 1 Fehler begangen worden waren, die sich nicht später berichtigen ließen. Außerdem kann man mit den benutzten Dimensionen des Apparates bei diesen verhältnismäßig weiten Röhren genaue Druckmessungen nicht unternehmen, wenn der Druck so klein ist, daß der Radius der Röhre im Vergleich mit der mittleren Weglänge verschwindend klein ist.

Die Versuche mit der Röhre 4 wurden zuletzt ausgeführt und sind daher wahrscheinlich auch die besten. Es ergab sich

	<i>T</i> beobachtet	<i>T</i> berechnet
Röhre 4: Wasserstoff . . . .	0,168	0,161
„ 4: Sauerstoff . . . .	0,0409	0,0404
„ 4: Kohlensäure . . . .	0,0348	0,0344

Man sieht, daß die berechneten Werte hier etwas kleiner sind als die beobachteten, was wahrscheinlich dadurch veranlaßt ist, daß sich der Widerstand der Röhre durch die Wägung mit Quecksilber als zu groß ergeben hat. Die Unsicherheit in bezug auf die Widerstandsbestimmung ist jedenfalls genügend, um die Abweichungen zu erklären; wir können also annehmen, daß die in theoretischer Weise aufgestellte Formel mit der Konstante  $\frac{4}{3}\sqrt{2\pi}$  richtig ist.

Die oben angeführten Werte von *T* beobachtet sind die mittleren Zahlen der bei so niedrigen Drucken angestellten Beobachtungen, daß eine Druckverminderung keine meßbare Veränderung von *T* hervorbrachte. Obgleich man hier eigentlich den Wert benutzen sollte, gegen welchen *T* konvergiert, wenn der mittlere Druck sich Null nähert, ist doch die Bildung der Mittelwerte benutzt worden, weil sie brauchbar ist, und um nicht andere theoretische Voraussetzungen als höchst notwendig einzuführen.

## 5. Gemischte molekulare Strömung und innere Reibungsströmung. Versuchsergebnisse.

Um zu untersuchen, wie die Durchströmung vor sich geht, wenn die mittleren Weglängen der Moleküle im Vergleich mit den Röhrendimensionen, worauf es hier ankommt, nicht besonders groß oder verschwindend klein sind, werden die vollständigen Reihen von Versuchsergebnissen mit verschiedenen Röhren in der Ordnung angeführt werden, in welcher sie ausgeführt worden sind.

In der folgenden Tab. I bezeichnet  $L$  die Länge der Röhre,  $R$  ihren Radius, beide Größen in Zentimetern ungefähr angegeben.  $W$  bezeichnet den durch Kalibrierung und Ausmessung gefundenen genaueren Wert des Widerstandes, indem

$$W = \frac{3\sqrt{\pi}}{8\sqrt{2}} \int_0^L \frac{1}{A^2} dl = \frac{3}{4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^L \frac{dl}{R^2}.$$

Unter  $t$  ist die Temperatur der Strömungsröhre aufgeführt, unter  $p$  die beiden voneinander unabhängigen Bestimmungen des mittleren Druckes, in Zentimetern Quecksilberhöhe angegeben; beide Bestimmungen sind aufgeführt, um die Verwendbarkeit des Gaugenapparates zu beweisen, und eine Vorstellung von der Genauigkeit der einzelnen Bestimmungen zu geben. Endlich ist unter  $T_o$  observiert der aus der Formel (1), p. 83, berechnete Wert der durchgeströmten Gasmenge angegeben. Ein wagerechter Strich in einer Messungsreihe bezeichnet, daß der Apparat mit frischem Gas gefüllt worden ist. Unter  $T_a$  sind angeführt die aus der Formel (13) (Einleitung, p. 78) aus den gemessenen Dimensionen der Röhre und den bekannten Werten der inneren Reibung und des spezifischen Gewichtes berechneten Werte von  $T = Q_t/(p_1 - p_2)$ , und in der letzten Kolonne sind die Abweichungen zwischen den beobachteten und den berechneten Werten von  $T$  angegeben.

Da die Übereinstimmung zwischen  $T_o$  und  $T_a$  nicht so vollkommen ist, daß man unmittelbar sehen kann, daß  $T_o$  durch eine Funktion derselben Form wie  $T_a$  ausgedrückt werden kann, ist für jede Versuchsreihe auch eine spezielle rein empirische Formel bestimmt worden, die im folgenden (Abschnitt 7) näher besprochen werden wird. Die aus diesen

Formeln berechneten Werte von  $T$  finden sich unter  $T_s$ , und die folgende Kolonne gibt die Abweichung zwischen diesen Werten und den beobachteten Werten von  $T$  an.

Tabelle I.

Röhre Nr. 1.

 $L = \text{ca. } 6 \text{ cm. } R = \text{ca. } 0,01084 \text{ cm. } W = 1379000.$ 

Wasserstoff.

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_o$ observiert	$T_s$ nach spezieller Formel berechnet	$T_s \div T_o$	$T_s$ nach all- gemeiner Formel berechnet	$T_o - T_s$
25,7°	0,000369 373	0,0732	0,0731	+0,0001	0,0803	+0,0071
25,1	0,3612 3617	0,1067	0,1058	+0,0009	0,1146	+0,0079
24,8	0,2248 2254	0,0900	0,0902	-0,0002	0,0970	-0,0070
24,4	0,1475 1483	0,0815	0,0817	-0,0002	0,0874	-0,0059
24,2	0,0966 970	0,0756	0,0761	-0,0005	0,0816	-0,0060
23,7	0,0943 947	0,0753	0,0759	-0,0006	0,0814	-0,0061
23,9	0,0665 665	0,0732	0,0731	+0,0001	0,0787	-0,0055
23,8	0,04750 4743	0,0715	0,0715	0,0000	0,0773	-0,0058
23,8	0,02322 2334	0,0700	0,0702	-0,0002	0,0767	-0,0067
23,7	0,01134 1139	0,0703	0,0706	-0,0003	0,0776	-0,0073
22,9	0,01834 1843	0,0708	0,0702	+0,0006	0,0769	-0,0061
23,3	0,00397 401	0,0724	0,0719	+0,0005	0,0791	-0,0067
24,8	0,02885 2871	0,0720	0,0703	+0,0017	0,0767	-0,0047
24,8	0,001030 1031	0,0749	0,0729	+0,0020	0,0801	-0,0052
24,9	0,000103 109	0,0723	0,0734	-0,0005	0,0804	-0,0075

Röhre Nr. 1.  
Sauerstoff.  
Manometermessungen.

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_o$ observiert	$T_s$ nach spezieller Formel berechnet	$T_o \div T_s$	$T_s$ nach all- gemeiner Formel berechnet	$T_o - T_s$
21,3°	14,04	0,846	0,883	$\div 0,037$	0,875	-0,029
26,8	6,84	0,489	0,438	+0,001	0,434	+0,005
26,3	3,25	0,212	0,216	-0,004	0,215	-0,003
25,2	1,470	0,1064	0,1061	+0,003	0,1062	+0,0002
25,2	0,694	0,0579	0,0581	-0,002	0,0589	-0,0010

## Gaugenmessungen.

071	25,4°	0,4853 4843	0,0461	0,0452	+0,0009	0,0461	0,000
079	25,4	0,2415 2413	0,03009	0,03032	-0,00023	0,0314	-0,0013
070	25,2	0,1162 1161	0,02281	0,02281	0,00000	0,0239	-0,0011
059	25,0	0,05611 5592	0,09948	0,01949	-0,00001	0,0206	-0,0011
060	24,8	0,02723 2684	0,01847	0,01826	+0,00021	0,0194	-0,0009
061	25,0	0,01313 1308	0,01804	0,01803	+0,00001	0,0193	-0,0012
055	24,8	0,006317 6314	0,01813	0,01817	-0,00004	0,0195	-0,0014
058	24,5	0,003046 3023	0,01834	0,01837	-0,00003	0,0198	-0,0015
067	24,6	0,001452 1442	0,01867	0,01851	+0,00016	0,0200	-0,0013
073	24,7	0,000812 815	0,01847	0,01858	-0,00011	0,0201	-0,0016
061	24,7	0,000400 402	0,01861	0,01863	-0,00002	0,0201	-0,0015
067	24,9	0,000197 194	0,01868	0,01866	+0,00002	0,0202	-0,0015
047	24,8	0,0000420 421	0,01874	0,01868	+0,00006	0,0202	-0,0015
052	24,9	0,000370 369	0,0190	0,0186	+0,0004	0,0201	-0,0011
075							

Röhre Nr. 1.  
Sauerstoff (Fortsetzung).  
Manometermessungen.

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_o$ observiert	$T_s$ nach spezieller Formel berechnet	$T_o - T_s$	$T_a$ nach all- gemeiner Formel berechnet	$T_o - T_a$
25,3°	13,79	0,845	0,868	$\div 0,023$	0,859	-0,014
25,3	5,81	0,380	0,374	+0,006	0,371	+0,009

Kohlensäure.  
Manometermessungen.

25,0°	14,20	1,183	1,212	-0,029	1,148	+0,035
26,6	6,07	0,526	0,525	+0,001	0,498	+0,028
26,7	2,66	0,242	0,237	+0,005	0,227	+0,015
26,5	1,22	0,115	0,116	-0,001	0,112	+0,003
25,3	0,57	0,064	0,060	+0,004	0,059	+0,005

Gaugenmessungen.

25,2°	0,4742 4742	0,0522	0,0523	-0,0001	0,0519	+0,0003
24,7	0,2282 2280	0,03204	0,03165	+0,00039	0,0323	-0,0003
23,8	0,2472 2458	0,03310	0,03319	-0,00009	0,0338	-0,0007
25,1	0,1186 1187	0,02256	0,02256	0,00000	0,0237	-0,0011
25,3	0,05686 5699	0,01766	0,01768	-0,00002	0,0190	-0,0013
25,2	0,02738 2718	0,01584	0,01565	+0,00019	0,0170	-0,0012
25,2	0,01339 1335	0,01510	0,01506	+0,00004	0,0164	-0,0013
25,1	0,006631 6660	0,01498	0,01503	-0,00005	0,0164	-0,0014
24,9	0,003447 3466	0,01517	0,01517	0,00000	0,0166	-0,0014
25,2	0,001678 1707	0,01510	0,01530	-0,00020	0,0168	-0,0017
25,2	0,000826 845	0,01550	0,01539	+0,00011	0,0170	-0,0015
25,1	0,000413 413	0,01550	0,01544	+0,00006	0,0171	-0,0016



## Röhre Nr. 1.

## Kohlensäure (Fortsetzung).

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_o$ observiert	$T_a$ nach spezieller Formel berechnet	$T_o - T_a$	$T_a$ nach all- gemeiner Formel berechnet	$T_o - T_a$
25,0°	0,000199 209	0,0158	0,0155	+0,0003	0,0172	-0,0014
25,0	0,000100 108	0,0160	0,0155	+0,0005	0,0172	-0,0012
25,0	0,000022 33	0,0175	0,0155	+0,0020	0,0172	+0,0003

## Röhre Nr. 2.

$L = \text{ca. } 12 \text{ cm. } R = \text{ca. } 0,01078 \text{ cm. } W = 2833000.$

## Wasserstoff.

## Manometermessungen.

23,8°	19,10	1,300	1,327	-0,027	1,268	+0,032
23,8	7,85	0,563	0,563	0,000	0,540	+0,023
24,0	3,63	0,275	0,276	-0,001	0,266	+0,009
24,7	1,684	0,1432	0,1443	-0,0011	0,1408	+0,0024

## Gaugenmessungen.

25,5°	0,3172 3128	0,0511	0,0518	-0,0007	0,0527	-0,0016
24,7	0,1506 1504	0,0408	0,0411	-0,0003	0,0427	-0,0019
25,5	0,0731 726	0,0366	0,0366	0,0000	0,0386	-0,0020
25,3	0,03469 3482	0,0352	0,0354	-0,0002	0,0374	-0,0022
25,1	0,01641 1643	0,0356	0,0354	+0,0002	0,0376	-0,0020
25,5	0,00789 795	0,0356	0,0361	+0,0005	0,0381	-0,0025
26,3	0,003826 3828	0,0372	0,0367	+0,0005	0,0386	-0,0014
26,1	0,001832 1848	0,0371	0,0371	0,0000	0,0389	-0,0018
25,4	0,000886 928	0,0358	0,0373	-0,0015	0,0390	-0,0032

## Röhre Nr. 2.

Wasserstoff (Fortsetzung).

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_o$ observiert	$T_s$ nach spezieller Formel berechnet	$T_o - T_s$	$T_s$ nach all gemeiner Formel berechnet	$T_o - T_s$
24,7°	0,000476 492	0,0333	0,0375	-0,0042	0,0391	-0,0058
24,8	0,000238 258	0,0317	0,0376	-0,0059	0,0392	-0,0075
24,9	0,000308 324	0,0379	0,0375	+0,0004	0,0391	-0,0012
24,7	0,015526 15535	0,0355	0,0355	0,0000	0,0376	-0,0021
24,8	0,007432 7409	0,0364	0,0362	+0,0002	0,0382	-0,0018
24,8	0,003534 3583	0,0371	0,0368	+0,0003	0,0386	-0,0015
25,7	0,001718 1735	0,0367	0,0371	-0,0004	0,0389	-0,0022
25,8	0,000820 831	0,0364	0,0374	-0,0010	0,0390	-0,0026
25,7	0,000475 484	0,0371	0,0375	-0,0004	0,0391	-0,0020

## Röhre Nr. 3.

 $L = \text{ca. } 12 \text{ cm.}$   $R = \text{ca. } 0,01415.$   $W = 1196000.$ 

## Kohlensäure.

## Manometermessungen.

24,9°	10,284	1,245	1,271	-0,026	1,252	-0,007
	3,490	0,449	0,441	+0,008	0,436	-0,013
	1,624	0,220	0,213	+0,007	0,211	+0,009

## Gaugenmessungen.

24,4°	0,3848 3840	0,06224	0,06213	+0,00011	0,0623	-0,0001
24,4	0,2385 2381	0,04429	0,04435	-0,00006	0,0448	-0,0005
24,5	0,1667 1663	0,03579	0,03567	+0,00012	0,0362	-0,0004
24,5	0,12784 12771	0,03109	0,03101	+0,00008	0,0316	-0,0005

## Röhre Nr. 3.

## Kohlensäure (Fortsetzung).

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_0$ observiert	$T_s$ nach spezieller Formel berechnet	$T_0 - T_s$	$T_s$ nach all- gemeiner Formel berechnet	$T_0 - T_s$
25,6°	0,06387 6381	0,02345	0,02349	-0,00004	0,0241	-0,0006
25,0	0,04988 4933	0,02223	0,02190	+0,00033	0,0225	-0,0003
25,3	0,03657 3677	0,02036	0,02052	-0,00016	0,0211	-0,0007
25,7	0,01912 1912	0,01901	0,01895	+0,00006	0,0194	-0,0004
26,2	0,01490 1480	0,01898	0,01868	+0,00030	0,0192	-0,0002
25,5	0,01159 1155	0,01861	0,01853	+0,00008	0,0190	-0,0004
25,5	0,008994 8996	0,01855	0,01848	+0,00007	0,0189	-0,0003
25,5	0,006694 6689	0,01857	0,01849	+0,00008	0,0189	-0,0003
24,7	0,004010 4015	0,01856	0,01861	-0,00005	0,0190	-0,0004
24,7	0,002699 2733	0,01852	0,01873	-0,00021	0,0192	-0,0007
24,6	0,001702 1717	0,01887	0,01886	+0,00001	0,0193	-0,0004
24,6	0,001060 1076	0,01906	0,01896	+0,00010	0,0195	-0,0004
24,6	0,000735 748	0,01899	0,01903	-0,00004	0,0196	-0,0006
24,6	0,000549 558	0,01900	0,01906	-0,00006	0,0196	-0,0006
24,5	0,000411 422	0,01926	0,01909	+0,00017	0,0197	-0,0004
24,6	0,000300 311	0,01959	0,01911	+0,00048	0,0197	-0,0001
24,5	0,000211 222	0,01974	0,01913	+0,00061	0,0197	0,0000
24,8	0,000166 175	0,02017	0,01914	+0,00103	0,0197	+0,0004

Röhre Nr. 3.  
Kohlensäure (Fortsetzung).

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_o$ observiert	$T_i$ nach spezieller Formel berechnet	$T_o - T_i$	$T_o$ nach all- gemeiner Formel berechnet	$T_o - T_i$
24,5°	0,000119 132	0,0206	0,01915	+0,0014	0,0197	+0,0009
24,6	0,000092 98	0,0212	0,01916	+0,0020	0,0198	+0,0014
24,4	0,000427 452	0,01899	0,01909	-0,00010	0,0197	-0,0007
25,0	0,000225 288	0,01952	0,01913	+0,00039	0,0197	-0,0002
24,6	0,000168 175	0,02000	0,01914	+0,00086	0,0197	+0,0003
24,0	0,000097 110	0,0181	0,0192	-0,0011	0,0198	-0,0017

## Röhre Nr. 4 (Bündel aus 24 Röhren).

$L = \text{ca. } 2 \text{ cm.}$   $R = 0,00333.$   $W = 689\,400.$

Sauerstoff.

## Manometermessungen.

24,3°	15,79	0,595	0,594	+0,001	0,626	-0,031
24,0	7,05	0,294	0,284	+0,010	0,298	-0,004
24,9	3,282	0,1509	0,1505	+0,0004	0,1561	-0,0052
24,8	1,554	0,0886	0,0892	-0,0006	0,0914	-0,0028

## Gaugenmessungen.

24,6°	0,4113 4106	0,04830	0,04907	-0,00077	0,0490	-0,0007
24,5	0,23909 23912	0,04811	0,04835	-0,00024	0,0481	0,0000
24,6	0,16307 16304	0,04101	0,04101	0,00000	0,0407	+0,0003
24,7	0,11208 11230	0,03975	0,03968	+0,00009	0,0394	+0,0003
24,7	0,07282 7243	0,03884	0,03889	-0,00005	0,0386	+0,0002
24,8	0,04996 5014	0,03821	0,03872	-0,00051	0,0385	-0,0003

## Röhre Nr. 4.

## Sauerstoff (Fortsetzung).

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_o$ observiert	$T_s$ nach spezieller Formel berechnet	$T_o - T_s$	$T_a$ nach all- gemeiner Formel berechnet	$T_o - T_a$
24,7°	0,03356 3343	0,03869	0,03883	-0,00014	0,0386	+0,0001
24,7	0,02350 2333	0,03916	0,03908	+0,00008	0,0389	+0,0003
25,5	0,01586 1578	0,03920	0,03942	-0,00022	0,0392	0,0000
25,2	0,01059 1055	0,03981	0,03977	+0,00004	0,0395	+0,0003
24,6	0,00740 751	0,03924	0,04002	-0,00078	0,0397	-0,0005
25,7	0,004935 4967	0,03990	0,04028	-0,00038	0,0399	0,0000
26,1	0,003375 3361	0,04071	0,04045	+0,00026	0,0401	+0,0006
25,7	0,002185 2201	0,04076	0,04060	+0,00016	0,0402	+0,0006
25,6	0,001423 1424	0,0414	0,0407	+0,0007	0,0403	+0,0011
25,6	0,000939 947	0,0414	0,0408	+0,0006	0,0403	+0,0011
25,2	0,000593 603	0,0403	0,0408	-0,0005	0,0404	-0,0001
24,7	0,000397 397	0,0412	0,0408	+0,0004	0,0404	+0,0008
24,7	0,000263 267	0,0410	0,0409	+0,0001	0,0404	+0,0006
24,6	0,000168 173	0,0407	0,0409	-0,0002	0,0404	+0,0003

## Wasserstoff.

## Manometermessungen.

25,5°	17,60	1,583	1,533	+0,048	1,576	+0,007
	6,00	0,625	0,619	+0,006	0,624	+0,001
25,7	2,69	0,353	0,358	-0,005	0,353	0,000

Röhre Nr. 4.  
Wasserstoff (Fortsetzung).  
Gaugenmessungen.

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_o$ observiert	$T_i$ nach spezieller Formel berechnet	$T_o - T_i$	$T_a$ nach all- gemeiner Formel berechnet	$T_o - T_a$
24,8°	0,4437 4449	0,1720	0,1811	-0,0091	0,172	0,000
25,0	0,2625 2620	0,1647	0,1674	-0,0027	0,160	+0,005
25,2	0,1794 1794	0,1606	0,1616	-0,0010	0,156	+0,005
25,3	0,1273 1270	0,1593	0,1583	+0,0010	0,154	+0,005
25,3	0,08832 8808	0,1566	0,1565	+0,0001	0,153	+0,004
25,0	0,06881 6860	0,1578	0,1559	+0,0019	0,154	+0,004
24,9	0,04753 4742	0,1560	0,1561	-0,0001	0,154	+0,002
25,4	0,04913 4882	0,1567	0,1560	+0,0007	0,154	+0,003
24,5	0,02686 2683	0,1579	0,1576	+0,0003	0,156	+0,002
24,4	0,01800 1795	0,1581	0,1594	-0,0013	0,157	+0,001
24,4	0,01226 1222	0,1576	0,1614	-0,0038	0,153	0,000
24,4	0,008218 8238	0,1560	0,1633	-0,0073	0,159	-0,003
24,4	0,011773 11789	0,1598	0,1615	-0,0017	0,158	+0,002
24,4	0,005763 5777	0,1622	0,1649	-0,0027	0,160	+0,002
24,4	0,001146 1152	0,1687	0,1689	-0,0002	0,161	+0,008
24,4	0,000564 567	0,1638	0,1695	-0,0057	0,161	+0,003
24,3	0,005573 5589	0,1709	0,1650	+0,0059	0,160	+0,011
24,2	0,002720 2735	0,1697	0,1673	+0,0024	0,160	+0,010

Röhre Nr. 4.  
Wasserstoff (Fortsetzung).

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_0$ observiert	$T_0$ nach spezieller Formel berechnet	$T_0 - T_1$	$T_0$ nach all- gemeiner Formel berechnet	$T_0 - T_1$
24,2°	0,001317 1328	0,1707	0,1687	+0,0020	0,161	+0,010
24,2	0,000975 983	0,1689	0,1691	-0,0002	0,161	+0,008
24,2	0,000197 202	0,1698	0,1700	-0,0002	0,161	+0,009

Kohlensäure.  
Manometermessungen.

24,5°	22,92	1,140	1,143	-0,003	1,153	-0,013
24,4	11,64	0,605	0,595	+0,010	0,599	+0,006
24,4	5,51	0,307	0,297	+0,010	0,298	+0,009
24,5	2,56	0,155	0,153	+0,002	0,154	+0,001
24,6	1,214	0,0877	0,0875	+0,0002	0,0877	0,0000
24,6	16,21	0,797	0,817	-0,020	0,823	-0,026
24,6	6,68	0,362	0,353	+0,009	0,356	+0,006
24,6	2,93	0,176	0,171	+0,005	0,172	+0,004
	1,352	0,0948	0,0942	+0,0006	0,0945	+0,0003
24,5	0,640	0,0589	0,0597	-0,0008	0,0597	-0,0008

Gaugenmessungen.

24,9°	0,4370 4364	0,04850	0,04986	-0,00136	0,0498	-0,0013
25,1	0,2516 2504	0,04076	0,04101	-0,00025	0,0410	-0,0002
25,0	0,1721 1718	0,03774	0,03736	+0,00038	0,0374	+0,0003
24,8	0,1300 1304	0,03547	0,03551	-0,00004	0,0357	-0,0002
24,5	0,09112 9117	0,03385	0,03390	-0,00005	0,0342	-0,0003
24,4	0,06244 6243	0,03300	0,03290	+0,00010	0,0333	-0,0003
24,4	0,04345 4354	0,03245	0,03244	+0,00001	0,0329	-0,0004

## Röhre Nr. 4.

## Kohlensäure (Fortsetzung).

$t$	Mitteldruck $p$ cm Hg	$T_o$ observiert	$T_s$ nach spezieller Formel berechnet	$T_o - T_s$	$T_s$ nach all- gemeiner Formel berechnet	$T_o - T_s$
25,1°	0,03157 3144	0,03237	0,03233	+0,00004	0,0328	-0,0004
25,0	0,01747 1737	0,03282	0,03259	+0,00023	0,0331	-0,0003
25,2	0,01595 1588	0,03274	0,03267	+0,00007	0,0332	-0,0005
25,0	0,011080 11068	0,03293	0,03301	-0,00008	0,0334	-0,0005
25,0	0,007911 7927	0,03313	0,03334	-0,00021	0,0336	-0,0005
25,3	0,005799 5859	0,03354	0,03363	-0,00009	0,0338	-0,0003
24,5	0,003911 3912	0,03381	0,03395	-0,00014	0,0340	-0,0002
24,5	0,002661 2683	0,03401	0,03421	-0,00020	0,0341	-0,0001
24,4	0,001781 1799	0,03419	0,03441	-0,00022	0,0342	0,0000
24,4	0,001196 1206	0,03462	0,03455	+0,00007	0,0343	+0,0003
24,4	0,001153 1164	0,03495	0,03456	+0,00039	0,0343	+0,0006
24,5	0,000843 851	0,0349	0,0347	+0,0002	0,0344	+0,0005
24,4	0,000602 609	0,0345	0,0347	-0,0002	0,0344	+0,0001
24,4	0,000425 429	0,0353	0,0348	+0,0005	0,0344	+0,0009
24,6	0,016583 16543	0,03330	0,03264	+0,00066	0,0332	+0,0001
24,8	0,000277 287	0,0347	0,0348	-0,0001	0,0344	+0,0003
25,4	0,000046 52	0,0379	0,0349	+0,0030	0,0345	+0,0034
25,0	0,000011 18	0,0312	0,0349	-0,0037	0,0345	-0,0033



## 6. Theorie der molekularen Strömung.

Bei der Anwendung der kinetischen Theorie auf ein ruhendes Gas setzt man u. a. voraus, daß die Geschwindigkeitsrichtungen aller einzelnen Moleküle gleich häufig sind, und daß die Anzahl von Molekülen des einheitlichen Volumens dieselbe ist, wo in der Luft die Volumeneinheit auch gelegen sei. Nehmen wir an, daß diese Voraussetzungen auch in der unmittelbaren Nähe einer festen Wand in dem Gas richtig sind, so kann man leicht berechnen, wie viele Molekülstöße jede Flächeneinheit der Wand in einer gegebenen Richtung empfängt.

Gibt es in der Volumeneinheit  $N$  Moleküle, und ist die mittlere Geschwindigkeit  $\Omega$  und die mittlere Weglänge  $\lambda$ , werden diese Moleküle  $N\Omega/\lambda$  mal in der Sekunde gestoßen werden. Von den Molekülen des Volumenelementes  $L^3 dL d\omega$

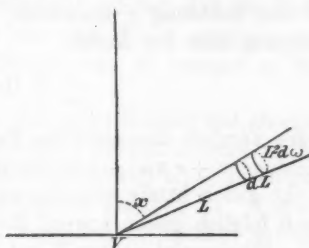


Fig. 2.

(Fig. 2) gehen folglich  $N\Omega/(\lambda) L^3 dL d\omega$  Moleküle in der Sekunde aus, die direkt von Zusammenstößen kommen. Von diesen ist ein Bruchteil  $\frac{1}{4\pi} \frac{\cos x}{L^2}$  gegen die betrachtete Flächeneinheit der Wand  $F$  gerichtet, also im ganzen eine Anzahl von

$$\frac{1}{4\pi} \frac{N\Omega}{\lambda} \cos x dL d\omega.$$

Von diesen legt nur ein Bruchteil  $e^{-L/\lambda}$  den Weg  $L$  zurück, ohne gegen andere Moleküle zu stoßen, so daß die ganze Anzahl, die die betrachtete Flächeneinheit erreicht,

$$\frac{1}{4\pi} \frac{N\Omega}{\lambda} \cos x e^{-\frac{L}{\lambda}} dL d\omega$$

ansmacht. Vom ganzen Raumwinkel  $d\omega$ , der den Winkel  $x$  mit der Normale der Wand bildet, empfängt die Wand folglich

$$\int_{L=0}^{L=\infty} \frac{1}{4\pi} \frac{N\Omega}{\lambda} \cos x e^{-\frac{L}{\lambda}} d\omega dL$$

Stöße in der Sekunde.

Wird die Integration ausgeführt, erhält man

$$\frac{1}{4\pi} N \Omega \cos x d\omega.$$

Wird diese GröÙe über den ganzen Raumwinkel  $2\pi$  integriert, erhält man den bekannten Ausdruck  $\frac{1}{4} N \Omega$  als die Anzahl von Stößen, die jede Flächeneinheit in der Sekunde von allen Seiten empfängt. Eine notwendige Bedingung für die Realität der oben angeführten Voraussetzungen ist es nun, daß die Flächeneinheit in jeder Sekunde ebenso viele Moleküle in der Richtung  $x$  aussendet, wie sie in derselben Richtung empfing, also die Anzahl

$$\frac{1}{4\pi} N \Omega \cos x d\omega;$$

wäre nämlich dies nicht der Fall, würden die Geschwindigkeitsrichtungen  $+x$  und  $-x$  in einem Raumelement nahe an der Wand nicht gleich häufig sein können. Das angeführte Kosinusetz muß folglich gelten sowohl für die Anzahl von Molekülen, die eine Flächeneinheit der Wand empfängt, als auch für die Anzahl, die sie in der Zeiteinheit in einer gegebenen Richtung aussendet.

Diese Forderung wird erfüllt werden, wenn die Moleküle, indem sie an die Wand anprallen, nach dem Gesetz der spiegelnden Zurückwerfung zurückgeworfen würden, oder wenn sie in genau derselben Richtung zurückgeworfen werden, in welcher sie die Wand treffen.

Die Erfahrung zeigt aber, daß keiner von diesen beiden Fällen stattfindet; denn bei spiegelnder Zurückwerfung könnten die Moleküle keine der Wand parallele Bewegungsgröße an diese abgeben, und die Strömung der Luft durch eine enge Röhre müßte dann mit derselben Geschwindigkeit ganz dicht bei der Wand, wie weiter von derselben entfernt, vor sich gehen, und umgekehrt würde ein bewegter Körper, z. B. eine in ihrem eigenen Plan schwingende Platte, der Luft keine Bewegung mitteilen können.

Wenn ein anprallendes Molekül immer von der Wand in derselben Richtung zurückgeworfen würde, in welcher es die Wand trifft, so müßte das Gesetz Poisseuilles, wie eng die Strömungsröhre auch gemacht wird, mit voller Genauigkeit

gelten; wir wissen aber aus den Versuchen Kundts und Warburgs, sowie aus denen Christiansens, daß dies nicht der Fall ist, was auch aus meinen Versuchen hervorgeht.

Falls die Richtung, in welcher ein Molekül von einer festen Wand zurückgeworfen wird, durch die Einfallrichtung bestimmt ist, muß also die Gesetzmäßigkeit von einer merkwürdig verwickelten Natur sein, weshalb mir die Annahme viel einfacher und mit der Vorstellung von der Größe der Gasmoleküle im Vergleich mit den Molekularabständen eines festen Körpers besser übereinstimmend scheint, daß die Richtung, in welcher ein Molekül aus der Wand ausgeht, von der Richtung vollständig unabhängig ist, in welcher es dieselbe trifft.

Wir wollen also annehmen, daß jedes Molekül mit gleicher Wahrscheinlichkeit in jedem beliebigen Azimut zurückgeworfen werden kann, und daß die Wahrscheinlichkeit eines gegebenen Ausfallswinkels durch das Kosinusetz gegeben ist. Hieraus folgt, daß ein gegen die Wand anprallendes Molekül mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vor wie hinter der Ebene zurückgeworfen wird, welcher durch die Normale des getroffenen Punktes rechtwinkelig auf die Einfallsebene gelegt wird; hat nun eine große Anzahl ( $n$ ) von Molekülen, jedes mit der Masse  $m$ , dieselbe Einfallrichtung und Geschwindigkeit  $c$ , deren Komposant, mit der Wand parallel,  $w$  ist, so empfängt also die Wand durch den Stoß dieser Moleküle die Bewegungsgröße  $n m w$  in der Richtung der Wand; denn nach den Stößen gegen die Wand wird die gesamte Bewegungsgröße längs der Wand infolge des obenstehenden Null sein. Hierbei nimmt man an, daß die absolute Geschwindigkeit der Moleküle in keiner anderen gesetzmäßigen Weise als in der durch das Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilungsgesetz gegebenen verändert wird, indem die Temperatur als konstant gedacht wird. Ist das Gas als Gesamtheit in Ruhe, gleichen sich die von der Wand von allen Seiten empfangenen Komposanten der Bewegungsgröße mit der Wand parallel aus. Ist das Gas in Strömung, bleibt der angeführte Komposant der Bewegungsgröße in der Richtung des Stromes als Rest übrig.

Finden sich  $N$  Moleküle in der Volumeneinheit, so wird eine Anzahl  $dN$ , dem Maxwellschen Geschwindigkeitsver-

teilungsgesetz gemäß, eine Geschwindigkeit zwischen  $c$  und  $c + dc$  haben, wo

$$dN = \frac{4N}{\sqrt{\pi}\alpha^3} c^2 e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} dc.$$

Hier bedeutet  $\alpha$  die wahrscheinlichste Geschwindigkeit. Die Anzahl von Molekülen, die mit der Geschwindigkeit  $c$  eine Flächeneinheit der Wand in der Zeiteinheit trifft, ist wie bekannt  $\frac{1}{4}cdN$ . Diese Anzahl von Stößen gibt der Wand einen Komposanten der Bewegungsgröße von  $\frac{1}{4}cmwdN$ , wo  $w$  die translatorische mittlere Geschwindigkeit dieser Moleküle ist;  $w$  kann auch als die mittlere Geschwindigkeit aller  $dN$  Moleküle, mit der Wand parallel, bezeichnet werden und muß folglich  $c$  proportional, also  $kc$  gleich sein, wo  $k$  eine Konstante ist. Die übertragene Bewegungsgröße wird folglich  $\frac{1}{4}k c^3 m dN$ . Die bei allen Stößen in der Richtung der Wand beigebrachte Bewegungsgröße ( $B$ ) wird also für jeden Quadratcentimeter und für jede Sekunde

$$B = \frac{1}{4} N k \frac{4}{4\pi} m \int_0^{\infty} \frac{c^4}{\alpha^3} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} dc = \frac{1}{4} N k m \frac{3}{2} \alpha^2.$$

Nennen wir den arithmetischen Mittelwert der Geschwindigkeiten aller anprallenden Moleküle  $\Omega$ , hat man bekanntlich

$$\Omega = \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \text{ und also } B = \frac{3\pi}{32} N m k \Omega^2.$$

$\Omega$  ist gleich  $\Sigma c/N$  in Folge der Definition von  $\Omega$ , und also

$$k \Omega = \frac{\Sigma k c}{N} = \frac{\Sigma w}{N}.$$

Diese Größe wird  $v$  genannt und ist der geometrische Mittelwert der Geschwindigkeiten aller Moleküle, muß folglich als die Geschwindigkeit der ganzen Luftmasse betrachtet werden, weshalb man die obengenannte Bewegungsgröße ( $B$ ) findet

$$B = \frac{3\pi}{32} N m \Omega v.$$

Dies unter der Voraussetzung, daß die Größe  $v$  in jeder Entfernung von der Wand dieselbe ist, was, wie bekannt, nicht der Fall ist, wenn die Dimensionen des Querschnittes im Vergleich mit der mittleren Weglänge nicht mehr verschwindend klein sind.

Strömt das Gas durch eine annäherungsweise zylindrische Röhre, deren Querschnitt eine beliebige Form hat, und ist eine der Querschnittsdimensionen der Röhre im Vergleich mit der mittleren Weglänge der Gasmoleküle verschwindend klein, wollen wir ein Röhrenstück von der Länge  $dl$  betrachten und den Umkreis eines Normalschnittes an dieser Stelle mit  $o$  und das Areal desselben mit  $A$  bezeichnen. Die von einem solchen Röhrenstück in der Zeit  $dt$  empfangene Bewegungsgröße in der Richtung der Oberfläche wird dann sein

$$\frac{3\pi}{32} Nm \Omega v o dl dt.$$

In diesem Ausdruck wird das spezifische Gewicht der Luft  $Nm = \rho$  gesetzt, und die mittlere Geschwindigkeit  $\Omega$  kann infolge des Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes aus der Gleichung  $p = \pi/(8) Nm \Omega^2$  bestimmt werden, wo  $p$  den Druck bezeichnet. Man erhält dann die Bewegungsgröße

$$\frac{3\pi}{32} Nm \Omega v o dl dt = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \rho \sqrt{\frac{p}{\rho}} v o dl dt.$$

Vorausgesetzt, daß die Röhrenwand  $o dl$  die ganze Bewegungsgröße empfängt, die vom Druckfall  $-(dp/dl) dl$  hervorgebracht wird, d. h. die Bewegungsgröße  $-A(dp/dl) dl dt$ , erhält man also

$$\frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \rho \sqrt{\frac{p}{\rho}} v o = -A \frac{dp}{dl}.$$

Für die Gewichtsmenge Gas  $G$ , die in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt der Röhre strömt, hat man  $G = A \rho v$ , weshalb man aus obenstehender Gleichung findet

$$G = -\frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{\rho}{p}} \frac{A^2}{o} \frac{dp}{dl}.$$

Wird die Gültigkeit von Mariottes Gesetz vorausgesetzt und das spezifische Gewicht des Gases bei der gegenwärtigen Temperatur und dem Druck  $1 \text{ Dyn/cm}^2$   $\rho_1$  genannt, hat man  $\rho/p = \rho_1$  und also

$$G = -\frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\rho_1} \frac{A^2}{o} \frac{dp}{dl}.$$

Bezeichnet man die durchströmende Gasmenge nicht durch

ihr Gewicht, sondern durch das Produkt  $Q_i$  von Volumen (ccm) und Druck (Dyn/cm<sup>2</sup>), hat man  $Q_i = G/\varrho_1$  und also

$$Q_i = \div \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} \frac{A^3}{o} \frac{dp}{dl}.$$

Bei stationärer Strömung muß  $Q_i$  überall in der Pore oder der Röhre denselben Wert haben. Wenn die Länge der Röhre  $L$  und die Drucke an ihren Enden  $p_1$  und  $p_2$  ( $p_1 > p_2$ ) sind, erhält man

$$Q_i \frac{o}{A^3} dl = \div \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} dp,$$

woraus durch Integration

$$Q_i = \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} \frac{p_1 - p_2}{\frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^L \frac{o}{A^3} dl} = \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} \frac{p_1 - p_2}{W},$$

indem die Größe

$$\frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^L \frac{o}{A^3} dl$$

$W$  genannt wird. Diese Größe, die nur von der Form und den Dimensionen der Röhre abhängig ist, kann dem Sprachgebrauch der Elektrizitätslehre gemäß als der Widerstand der Röhre bezeichnet werden. Der Umkreis einer kreisförmigen zylindrischen Röhre mit dem Radius  $R$  ist  $o = 2\pi R$  und das Querschnittsareal  $A = \pi R^2$ ; dieses gibt

$$W = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{2L}{\pi R^3}$$

und folglich

$$Q_i = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} \frac{R^3}{L} (p_1 - p_2).$$

Für Strömung zwischen zwei planparallelen Wänden mit dem Abstand  $a$ , der Breite  $b$  und der Länge  $L$  erhält man, wenn  $a$  im Vergleich mit  $b$  als verschwindend klein gerechnet wird, daß der Widerstand  $W = \frac{8\sqrt{\pi}}{8\sqrt{2}} \frac{2b}{a^3 b^2} L$  ist, und also

$$Q_i = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} \frac{a^3 b}{L} (p_1 - p_2).$$

Hat der Strömungskanal andere Formen, muß man bei dem experimentalen Versuch durch Kalibrierung und Ausmessung die Größen bestimmen, auf die es hier ankommt.

Es bedarf kaum einer näheren Begründung, daß man bei stationärer Strömung durch Röhrensysteme oder Röhrenverzweigungen ein dem aus der Elektrizitätslehre bekannten Kirchhoffschen Gesetze ganz analoges verwenden kann.

Bei der Berechnung der Anzahl von Stößen  $\frac{1}{4} N \Omega$ , die eine Flächeneinheit in der Sekunde empfängt, wurde vorausgesetzt, daß sowohl  $N$  wie  $\Omega$  in jeder Entfernung von der Wand gleich waren. Gegen die Richtigkeit dieser Voraussetzung könnte die Adsorptionerscheinung angeführt werden, durch deren Wirkung man annehmen muß, daß  $N$  gegen die Wand hin zunimmt. Die Übereinstimmung der Versuche und der Theorie zeigen aber, daß es wahrscheinlich keine Adsorption hier gibt.

Ferner wurde bei der Berechnung von  $\frac{1}{4} N \Omega$  vorausgesetzt, daß die Flächeneinheit sich in einer ausgedehnten Gasmasse befindet, was aber bei der Verwendung der Formel im vorhergehenden gerade nicht der Fall war. Unter der Voraussetzung von der Gültigkeit des gefundenen Kosinusgesetzes verändert aber eine feste Wand nichts in der Verteilung der Geschwindigkeitsrichtungen und der Geschwindigkeitsgrößen, woraus folgt, daß die Anzahl der Stöße unverändert bleibt, wie klein man auch den Raum macht, worin das Gas sich befindet, wenn nur der Druck konstant gehalten wird. Dieses kann übrigens leicht verifiziert werden durch eine direkte Berechnung der Anzahl von Stößen gegen die Wände eines Raumes mit einfachen geometrischen Formen, z. B. einer Kugel oder einer zylindrischen kreisförmigen Röhre.

Es wurde vorausgesetzt, daß die durch den Druckfall  $(dp/dl)dl$  hervorgebrachte Bewegungsgröße ganz und gar auf das Röhrenstück  $dl$  übergehe. Wie bei Effusion erhält die Gesamtgasmasse auch hier eine lebendige Kraft durch den Druckfall hervorgebracht, so daß wir statt die dritte Gleichung p. 107 folgende Bewegungsgleichung erhalten

$$\frac{8}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \rho \sqrt{\frac{p}{q}} v o = - A \frac{dp}{dl} - A \rho v \frac{dv}{dl},$$

oder, da  $G = A \varrho v$

$$\frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} \frac{o}{A^3} G = - \frac{dp}{dl} - \frac{G^2}{A^2 \varrho_1} \frac{d}{dl} \left( \frac{1}{p} \right),$$

woraus durch Integration über die ganze Röhre

$$\frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} G \int_0^L \frac{o}{A^3} dl = p_1 - p_2 - \frac{G^2}{A^2 \varrho_1} \frac{p_1 - p_2}{p_1 p_2},$$

woraus, indem

$$W = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^L \frac{o}{A^3} dl,$$

$$G = \frac{\sqrt{\varrho_1}}{W} (p_1 - p_2) \frac{1}{1 + \frac{G}{A^2 \sqrt{\varrho_1} W} \frac{p_1 - p_2}{p_1 p_2}}.$$

Wenn die Größe

$$U = \frac{G}{A^2 \sqrt{\varrho_1} W} \frac{p_1 - p_2}{p_1 p_2}$$

im Vergleich mit 1 verschwindend klein ist, hat man

$$G = \frac{\sqrt{\varrho_1}}{W} (p_1 - p_2)$$

und also

$$U = \frac{1}{A^2 W^2} \frac{(p_1 - p_2)^2}{p_1 p_2}.$$

Da eine kreisförmige zylindrische Röhre von allen zylindrischen Röhren diejenige ist, die bei einer gegebenen Länge und einem gegebenen Querschnitt den geringsten Widerstand  $W$  hat, wollen wir speziell die Größe von  $U$  bei einer solchen Röhre mit dem Radius  $R$  untersuchen. Man findet

$$U = \frac{32}{9\pi} \frac{R^2}{L^2} \frac{(p_1 - p_2)^2}{p_1 p_2}.$$

Da der größte bei den Messungen verwendete Wert von  $R/L$   $1/600$  ist, sieht man also, daß  $U$ , wenn  $p_1$  auch viele hundertmal so groß als  $p_2$  ist, gegen 1 als verschwindend klein betrachtet werden muß. Da  $U$  bei einer kreisförmigen zylindrischen Röhre von gegebenem Querschnittsareal im Vergleich mit 1 verschwindend klein, und da  $W$  für eine solche Röhre das Minimum ist, so ist also — unter sonst gleichen Verhältnissen — in zylindrischen Röhren



drischen Röhren von irgend einer anderen Querschnittsform  $U$  im Vergleich mit 1 um so mehr verschwindend klein.

Ist der Druckunterschied  $p_1 - p_2$  nur ein geringer Bruchteil von  $p_2$ , so zeigt die Gleichung, daß die Länge der Röhre im Verhältnis zum Radius nicht groß zu sein braucht, damit man von der Geschwindigkeitsveränderung der Luftmasse absehen kann, und daß man dann auch die Theorie auf Röhren, die vom zylindrischen etwas abweichen, anwenden kann.

Endlich wurde bei der Berechnung vorausgesetzt, daß die Anzahl von gegenseitigen Zusammenstößen der Moleküle in der Röhre im Vergleich mit den Stößen gegen die Wand als verschwindend klein betrachtet werden kann. Ist dies nicht der Fall, werden die Verhältnisse komplizierter, weshalb dieser Fall später besprochen werden wird.

Im folgenden wird eine andere und mehr direkte Berechnung von der Gasmenge angeführt werden, die in der Zeiteinheit durch eine kreisförmige zylindrische Röhre mit dem Radius  $R$  und der Länge  $L$  durchströmt, wenn  $R$  im Vergleich mit  $L$  und der mittleren Weglänge verschwindend ist. Wir wollen hier von der Annahme ausgehen, die durch die vorige Berechnung bestätigt wurde, daß der Druck bei stationärer Strömung gleichmäßig durch die Röhre abnimmt. (Dies ist, wie bekannt, nicht der Fall bei Strömungen nach Poiseuilles Gesetz.) Wird ein Querschnitt der Röhre gewählt, worin die Anzahl von Molekülen im einheitlichen Volumen  $N_0$  ist, wird man also in der Entfernung  $l$  davon die Anzahl  $N$  von Molekülen im einheitlichen Volumen durch  $N = N_0 + ql$  bestimmt haben. Wir wollen außerdem davon ausgehen, daß die Moleküle, bei Stößen gegen die Wand, nach dem früher angeführten Kosinusetz zurückgeworfen werden.

Betrachtet man einen Querschnitt der Röhre in der Entfernung  $l$  vom Anfangsquerschnitt, wird die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Molekül ohne Zusammenstoß mit anderen Molekülen den Weg  $l_1$  zwischen den beiden Querschnitten, eventuell in schräger Richtung, durchläuft, auf folgende Weise berechnet.

Die Wahrscheinlichkeit für die kleine Strecke  $dl_1$  ist, wie bekannt,  $e^{-dl_1/\lambda_1}$ , wo  $\lambda_1$  die mittlere Weglänge ist, und die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die übrigen Strecken  $d\lambda_1$ , die

sämtlich  $l_1$  betragen, auch ohne Zusammenstoß durchgelaufen werden, wird dann

$$e^{-\frac{dl_1}{\lambda_1}} \cdot e^{-\frac{dl_1}{\lambda_2}} \cdot e^{-\frac{dl_1}{\lambda_3}} \dots = e^{-\int \frac{dl_1}{\lambda}}.$$

Bildet  $l_1$  mit der Röhrenachse den Winkel  $y$ , hat man  $l_1 \cos y = l$ , und die gesuchte Wahrscheinlichkeit wird folglich

$$e^{-\int_0^l \frac{dl}{\lambda \cos y}}.$$

Die mittlere Weglänge  $\lambda$  ist aber dem  $N$  umgekehrt proportional, so daß man  $\lambda = k/N$ , und mit leicht verständlicher Bezeichnung  $\lambda_0 = k/N_0$  setzen kann. Man hat also die Wahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned} e^{-\int_0^l \frac{dl}{\lambda \cos y}} &= e^{-\frac{1}{\cos y} \int_0^l \frac{N dl}{k}} = e^{-\frac{1}{k \cos y} \int_0^l \left( \frac{k}{\lambda_0} \pm q l \right) dl} \\ &= e^{-\frac{l}{\lambda_0 \cos y}} \cdot e^{\mp \frac{1}{2} \frac{q l^2}{k \cos y}}, \end{aligned}$$

wo das obere Vorzeichen für die Seite des Querschnittes gilt, wo  $N$  am größten ist.

Die Anzahl von Molekülen, die von Stößen gegen die Wand ausgehen, verhält sich zu der Anzahl, die von gegenseitigen Zusammenstößen kommen, wie

$$2 \pi R dl \frac{1}{4} N \Omega / \pi R^3 dl \frac{N \Omega}{\lambda} = \frac{\lambda}{2 R}.$$

Der Durchmesser  $2R$  wurde im Vergleich mit  $\lambda$  als verschwindend klein vorausgesetzt, weshalb wir von den Molekülen

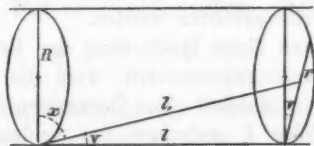


Fig. 3.

absehen können, die direkt von Zusammenstößen kommen, im Vergleich mit denjenigen, die von Stößen gegen die Wand ausgehen. Die Anzahl von Molekülen, die von der Wand des

Röhrenstückes  $dl$  kommen, und deren Bewegungsrichtung den Winkel  $x$  mit dem Radius bildet, ist in Folge des Kosinusetzes

$$\frac{1}{4} 2 \pi R dl N' c' 2 \cos x \frac{d\omega}{2\pi},$$

indem  $N'$  die Anzahl von Molekülen im einheitlichen Volumen mit der Geschwindigkeit  $c'$  bezeichnet und  $d\omega$  der Raumwinkel ist, in welchem ihre Bewegungsrichtungen liegen. Aus der Figur sieht man, daß

$$d\omega = \frac{r dr dv \cos y}{l_1^3}$$

ist, weshalb die Anzahl von Molekülen  $dn_1'$ , die von der Wand des Röhrenstückes  $dl$  kommen, und in der Zeiteinheit das Flächenelement  $r dr dv$  passieren,

$$dn_1' = \frac{1}{4} R c' N' \cos x \cos y \frac{r}{l_1^3} dl dr dv e^{-\frac{l}{\lambda_1 \cos y}} e^{-\frac{q l^2}{2k \cos y}}$$

wird. Wird hier  $N' = N_0' + q l$  eingesetzt und wird von  $dn_1$ , der Wert  $dn_2'$  der Anzahl von Molekülen subtrahiert, die vom Röhrenstück  $dl$  in der Entfernung  $-l$  vom betrachteten Querschnitt kommen, erhält man die gesuchte Restanzahl  $dn'$ .

$$dn' = \frac{1}{2} R c' \cos x \cos y \frac{r}{l_1^3} dr dl dv$$

$$\left\{ N_0' e^{-\frac{l}{\lambda_0 \cos y}} \left( e^{-\frac{q l^2}{2k \cos y}} - e^{+\frac{q l^2}{2k \cos y}} \right) + q l e^{-\frac{l}{\lambda_0 \cos y}} \left( e^{-\frac{q l^2}{2k \cos y}} + e^{+\frac{q l^2}{2k \cos y}} \right) \right\}.$$

Werden die Parenthesen in Reihe entwickelt und wird nur der 0<sup>te</sup> Grad benutzt und wird ferner  $e^{-\frac{l}{\lambda \cos y}} = 1$  gesetzt, erhält man

$$dn' = q R c' \cos x \cos y \frac{r l}{l_1^3} dr dl dv.$$

Wird

$$\cos y = \frac{l}{l_1} \quad \text{und} \quad \cos x = \frac{r}{l_1} \cos v$$

eingesetzt, erhält man

$$dn' = q R c' \cos v dv r^2 dr l^3 (r^2 + l^2)^{-2} dl.$$

Durch Integration erhält man die Anzahl von Molekülen, die in der Zeiteinheit den betrachteten Querschnitt passieren.

÷ die Anzahl, die den entgegengesetzten Weg passieren, nämlich

$$n' = q R c \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos v \, dv \int_0^{2R \cos v} r^2 \, dr \int_0^{\infty} l^2 (r^2 + l^2)^{-3/2} \, dl = \frac{2}{3} \pi R^3 q c'.$$

Wird  $q = dN'/dl$  eingesetzt, erhält man

$$n' = \frac{2}{3} \pi R^3 \frac{dN'}{dl} c'.$$

Für die Moleküle mit den Geschwindigkeiten  $c''$  und  $c'''$  erhält man entsprechende Ausdrücke, woraus durch Addition

$$n = n' + n'' + n''' \dots = \frac{2}{3} \pi R^3 \frac{d}{dl} (N' c' + N'' c'' + N''' c''' + \dots).$$

Die Größe in der Parenthese bezeichnet die Anzahl  $N$  von Molekülen in Volumeneinheit, mit dem arithmetischen mittleren Wert  $\Omega$  von sämtlichen Molekülgeschwindigkeiten multipliziert, also

$$n = \frac{2}{3} \pi R^3 \Omega \frac{dN}{dl},$$

woraus die in einer Sekunde durchströmende Gewichtsmenge

$$nm = \frac{2}{3} \pi R^3 \Omega \frac{d(Nm)}{dl} = \frac{2}{3} \pi R^3 \Omega \frac{d\rho}{dl} = \frac{2}{3} \pi R^3 \Omega \varrho_1 \frac{dp}{dl}.$$

Wird

$$\Omega = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{1}{V \varrho_1}$$

eingesetzt, erhält man für stationäre Strömung

$$nm = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} V \varrho_1 \frac{R^3}{L} (p_1 - p_2),$$

woraus

$$Q_1 = \frac{nm}{\varrho_1} = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{1}{V \varrho_1} \frac{R^3}{L} (p_1 - p_2),$$

welcher Ausdruck dem früher gefundenen identisch ist.

### 7. Diskussion der Messungsergebnisse bei kombinierter molekularer Strömung und Reibungsströmung.

Aus den Tabellen über die für verschiedene Röhren und Gase gefundenen Werte von  $T$ ,  $T = Q_1/(p_1 - p_2)$  sieht man, daß  $T$  eine Funktion des mittleren Druckes  $p$  ist, wenn man den schon behandelten Fall ausnimmt, wo man für sehr kleine

Werte von  $p$  bei Veränderung desselben keine erkennbare Variation von  $T$  findet. Man sieht unmittelbar aus den Tabellen, daß  $T$  zunächst bei wachsendem  $p$  abnimmt, ein

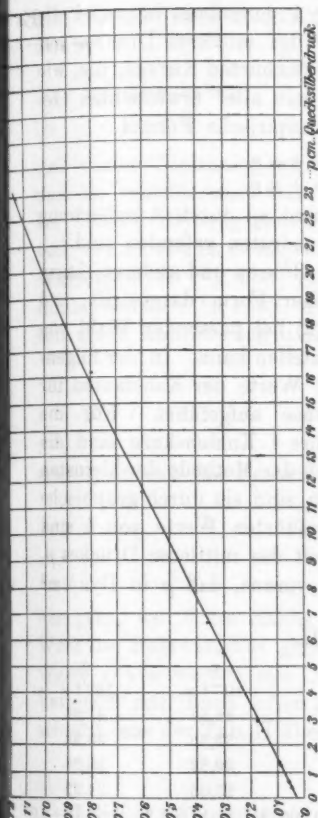


Fig. 4a. Kohlensäure. Die Röhre 4.

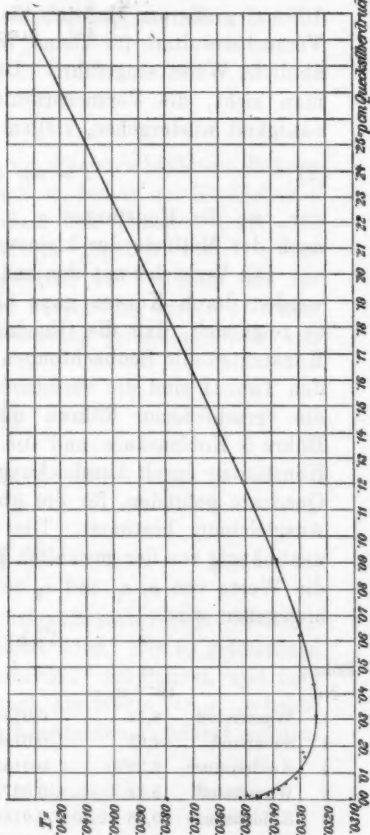


Fig. 4b. Kohlensäure. Die Röhre 4.

Minimum erreicht, um dann zuzunehmen. Die Funktionsabhängigkeit ist in den Figg. 4a und 4b graphisch dargestellt, wo der mittlere Druck  $p$  als Abszisse, die bei einheitlichem Druckunterschied durchströmende Gasmenge  $T$  als Ordinate

abgesetzt ist. Die Figuren stellen die Versuche mit der Strömung der Kohlensäure durch die Röhre 4 dar. In Fig. 4a sind die durch Versuche gefundenen Werte von  $T$  bei großen Werten von  $p$  durch Punkte angegeben, in Fig. 4b, die nach 100mal größerem Maßstab als Fig. 1 gezeichnet ist, sind die Versuchsergebnisse für kleine Werte des mittleren Druckes auf ähnliche Weise eingeführt. Die gezeichneten Kurven, die, wie man sieht, die Versuchsergebnisse mit aller erwünschten Genauigkeit wiedergeben, stellen die empirische Formel

$$(2) \quad T = ap + b \frac{1 + c_1 p}{1 + c_2 p}$$

dar, wo die Konstanten  $a$ ,  $b$ ,  $c_1$  und  $c_2$  durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadraten gefunden sind.

Die Versuche mit den anderen Röhren und anderen Gasen werden durch Kurven ganz ähnlicher Form dargestellt, und es zeigt sich, daß die Gleichung (2) bei passender Wahl von Konstanten alle Beobachtungen darstellen kann. In der folgenden Tab. II sind die verschiedenen Werte der Konstanten für die verschiedenen Röhren und Gase aufgeführt. Für die Röhre 3 Kohlensäure und die Röhre 4 Kohlensäure sind die Konstanten durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate gefunden, für die übrigen sind sie durch graphische Ausgleichung bestimmt. Die aufgeführten Werte von  $b$  sind unabhängig von der gewählten Einheit des mittleren Druckes  $p$ , die Werte von  $a$ ,  $c_1$  und  $c_2$  setzen voraus, daß  $p$  in Dyn/cm<sup>2</sup> angegeben wird.

Tabelle II.

Röhre		$a$	$b$	$c_1$	$c_2$
Nr.		$10^{-8} \times$		$10^{-4} \times$	$10^{-4} \times$
1	Wasserstoff	8,72	0,0734	41,84	47,81
1	Sauerstoff	4,65	0,01868	32,35	39,92
1	Kohlensäure	6,35	0,01550	39,32	50,08
2	Wasserstoff	5,11	0,03760	27,05	34,02
3	Kohlensäure	$9,18 \pm 0,10$	$0,01918 \pm 0,00014$	$51,17 \pm 8,3$	$65,18 \pm 9,0$
4	Wasserstoff	5,94	0,1702	33,47	39,29
4	Sauerstoff	2,67	0,04090	16,12	19,47
4	Kohlensäure	$3,66 \pm 0,02$	$0,03489 \pm 0,00016$	$32,35 \pm 1,85$	$39,83 \pm 2,37$

Für große Werte von  $p$  geht die Formel (2) über in

$$(3) \quad T = ap + b \frac{c_1}{c_2}$$

Das erste Glied auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens ist der Poisseuillesche Ausdruck, das zweite Glied die Gleitungskorrektion.

Bei Strömung durch kreisförmige, zylindrische Röhren gibt Poisseuilles Gesetz ohne Gleitungskorrektion

$$T = \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} \frac{R^4}{L} p.$$

Man soll also haben

$$(4) \quad a = \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} \frac{R^4}{L}.$$

Aus dieser Gleichung wird  $a$  für die verschiedenen Röhren und die verschiedenen Gase berechnet, indem der Koeffizient  $\eta$  der inneren Reibung bei 25° nach den Tabellen Landolts und Börnstens folgende Werte gegeben wird.  $\eta$  für Wasserstoff  $10^{-7} \times 919$ , für Sauerstoff  $10^{-7} \times 2009$  und für Kohlensäure  $10^{-7} \times 1538$ . Bei der Berechnung wird  $R^3/L$  durch den durch Kalibrierung und Ausmessung gefundenen Wert von

$$\frac{1}{\int_0^L \frac{dl}{R^3}}$$

ersetzt, so daß die Formel (4) in

$$\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} \frac{R}{\int_0^L \frac{dl}{R^3}}$$

übergeht, wo  $R$  im Zähler leichtigkeitshalber dem mittleren Wert des Röhrenradius gleichgesetzt wird. Die so gefundenen Werte von  $a$  werden mit „ $a$  berechnet“ bezeichnet, und zum Vergleich mit ihnen sollen hiernach die Werte von  $a$ , „ $a$  beobachtet“, aus der Tab. II über die Konstanten angeführt werden.

		$a \times 10^6$ beobachtet	$a \times 10^6$ berechnet
Röhre 1:	Wasserstoff . . . .	8,72	10,05
	Sauerstoff . . . .	4,65	4,60
	Kohlensäure . . . .	6,35	6,00
„ 2:	Wasserstoff . . . .	5,11	4,87
„ 3:	Kohlensäure . . . .	9,18 $\pm$ 0,10	9,04
„ 4:	Wasserstoff . . . .	5,94	6,18
	Sauerstoff . . . .	2,67	2,825
	Kohlensäure . . . .	3,658 $\pm$ 0,016	3,690

Aus dieser Zusammenstellung sieht man, daß eine ziemlich gute Übereinstimmung herrscht zwischen den beobachteten und den aus Poisseuilles Gesetz berechneten Werten. Zu bemerken ist jedoch, daß die bei höherem Druck ausgeführten Manometermessungen nicht mit sehr großer Genauigkeit vorgenommen werden konnten, da die Durchströmung bei großen Drucken so geschwind vor sich ging, daß die Zeit zum Ablesen sehr gering wurde. Außerdem wurde nur bei den Messungen mit der Röhre 4 für die bestmögliche Bestimmung Sorge getragen. Die Abweichung zwischen den beiden Werten der Strömung des Wasserstoffs durch die Röhre 1 wird dadurch erklärt, daß hier keine Manometermessungen, sondern nur Beobachtungen bei niedrigen Drucken vorgenommen sind, so daß die Beobachtungen eine unsichere Bestimmung von  $a$  ergeben.

Daß die Größe  $a$  der Poisseuillesche Ausdruck sein muß, kann man a priori annehmen, und die obenstehende Zusammenstellung hat denn auch keine andere wesentliche Bedeutung, als zu bestätigen, daß der Widerstand der Röhren durch Kalibrierung und Ausmessung richtig bestimmt worden ist, was besonders für die äußerst enge Röhre 4 eine ziemlich notwendige Probe ist.

Für sehr kleine Werte von  $p$  geht die Formel (2) in  $T = b$  über, wo  $b$  der Wert ist, den  $T$  bei der rein molekularen Strömung hat. Infolge des vorhergehenden hat man

$$b = \frac{1}{W \sqrt{\eta_1}},$$

oder für kreisförmige, zylindrische Röhren

$$5) \quad b = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\eta_1}} \frac{R^2}{L}.$$

Wir wollen danach zu der Untersuchung der Bedeutung der Konstanten  $c_1$  und  $c_2$  in der Formel (2) übergehen. Für diese Untersuchung wollen wir zunächst die Verhältnisse betrachten, wenn die mittlere Weglänge der Luftmoleküle im Vergleich mit dem Radius der Röhre zwar gering, aber nicht verschwindend ist. Diese Betrachtung wird zu einer Bestimmung der Größe  $c_1/c_2$  führen. Dann wollen wir die Verhältnisse betrachten, wenn der Radius der Röhre im Vergleich



mit der mittleren Weglänge gering, aber nicht verschwindend ist, durch welche Betrachtung wir eine Bestimmung der Funktionsform und eine Schätzung der Größe  $c_2 - c_1$  erhalten werden.

Den ersteren dieser Fälle hat man, wenn  $p$  in der Formel (2) so groß ist, daß  $(1 + c_1 p)/(1 + c_2 p)$  mit genügender Annäherung durch  $c_1/c_2$  ersetzt werden kann. Die Formel (2) ergibt dann

$$T = ap + b \frac{c_1}{c_2}.$$

Werden hier die für kreisförmige, zylindrische Röhren geltenden Werte von  $a$  und  $b$  aus den Gleichungen (4) und (5) eingeführt, erhält man

$$\begin{aligned} T &= \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} \frac{R^4}{L} p + \frac{4}{3} \sqrt{2} \pi \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} \frac{R^3}{L} \frac{c_1}{c_2} \\ &= \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} \frac{R^4}{L} p \left( 1 + \frac{32 \sqrt{2} \eta}{3 \sqrt{\pi} \sqrt{\varrho_1} R p} \frac{c_1}{c_2} \right). \end{aligned}$$

Nehmen wir nun an, was nur annäherungsweise richtig ist, daß man bei dieser Strömung mit genügender Annäherung die Bewegung des Gases als eine solche betrachten kann, wie sie es sein müßte, wenn  $\eta$  in jeder Entfernung von der Röhrenwand den bekannten konstanten Wert hätte, während sich die Gasschicht unmittelbar bei der Wand mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegt, so erhält man den bekannten Ausdruck für die Strömung, nämlich Poisseuilles Gesetz mit Gleitungskorrektur. Ist  $\zeta$  der Gleitungskoeffizient  $= \eta/\varepsilon$ , wo  $\varepsilon$  der Koeffizient der äußeren Reibung ist, so hat man den Ausdruck

$$T = \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} \frac{R^4}{L} p \left( 1 + \frac{4\zeta}{R} \right).$$

Werden die beiden Ausdrücke von  $T$  verglichen, erhält man

$$\frac{4\zeta}{R} = \frac{32 \sqrt{2} \eta c_1}{3 \sqrt{\pi} \sqrt{\varrho_1} R p c_2} \quad \text{oder} \quad \zeta = \frac{8 \sqrt{2} \eta c_1}{3 \sqrt{\pi} \sqrt{\varrho_1} p c_2}.$$

Aus den Versuchen Kundts und Warburgs hat man den Schluß gezogen, daß der Gleitungskoeffizient  $\zeta$  der mittleren Weglänge  $\lambda$  fast ähnlich, vielleicht etwas kleiner als dieselbe ist. Ersetzen wir deshalb in obenstehender Formel  $\zeta$  durch  $k\lambda$ , wo  $k$  ein echter Bruch, ungefähr  $= 1$ , ist, und er-

innern wir uns, daß das Maxwellsche Verteilungsgesetz die folgende Relation zwischen  $\lambda$  und  $\eta$  ergibt

$$\lambda = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{8}}}{0,30967} \frac{\eta}{p \sqrt{c_1}},$$

so erhalten wir

$$k \frac{\sqrt{\pi} \eta}{\sqrt{8} \cdot 0,30967 p \sqrt{c_1}} = \frac{8 \sqrt{2} \eta c_1}{3 \sqrt{\pi} \sqrt{c_1} p c_2}$$

oder

$$\frac{c_1}{c_2} \frac{3 \pi k}{0,30967 \times 32} = 0,95 k.$$

Da  $k$  etwas kleiner als 1 ist, sieht man also, daß  $c_1/c_2$  auch kleiner ist als 1 und nach den Versuchen Kundts und Warburgs als eine Größe betrachtet werden muß, die von der Natur des Gases, dem Abstand der schwingenden Platten oder dem Radius der Strömungsröhre unabhängig ist. Dasselbe Resultat geht auch aus meinen Versuchen hervor; denn wenn man aus der Tab. II über die gefundenen Konstanten das Verhältniß  $c_1/c_2$  bildet, erhält man die folgende Reihe

	$c_1/c_2$
Röhre 1: Wasserstoff . . . . .	0,865
„ 1: Sauerstoff . . . . .	0,81
„ 1: Kohlensäure . . . . .	0,785
„ 2: Wasserstoff . . . . .	0,795
„ 3: Kohlensäure . . . . .	0,785 $\pm 0,016$
„ 4: Wasserstoff . . . . .	0,85
„ 4: Sauerstoff . . . . .	0,83
„ 4: Kohlensäure . . . . .	0,812 $\pm 0,006$

Man sieht, daß diese Größen sämtlich kleiner sind als 1, und daß es keine nachweisbare gesetzliche Abhängigkeit zwischen diesen Größen und dem spezifischen Gewicht oder der inneren Reibung der Gase gibt. Die Dimensionen der Röhren scheinen auch keinen Einfluß auf  $c_1/c_2$  zu haben, was man übrigens auch nicht erwarten würde. Die Röhre 3 hat doch einen Radius, welcher mehr als viermal größer ist als der Radius der Röhre 4.

Wie früher erwähnt, sind die mit der Röhre 4 ausgeführten Beobachtungen die zuverlässigsten, und von diesen sind wiederum die Wasserstoffbeobachtungen die am wenigsten

guten, da der Wasserstoff durch die Atmolyse immer unreiner wurde, so daß, wenn mehrere Strömungsversuche ohne neues Auffüllen nacheinander ausgeführt wurden, die letzten Versuche zu geringe Werte von  $T$  ergaben. Dies geht deutlich aus der Tabellenreihe (Tab. I) über die Versuche mit Wasserstoff hervor. Aus obenstehender Tabelle über  $c_1/c_2$  wollen wir deshalb den Schluß ziehen, daß  $c_1/c_2$  für große Werte vom Verhältnis zwischen dem Röhrenradius und der mittleren Weglänge eine reine Zahl ist, und wir wollen

$$(6) \quad \frac{c_1}{c_2} = 0,81$$

setzen.

Ist der Radius der Röhre im Vergleich mit der mittleren Weglänge klein, aber nicht verschwindend, wollen wir eine Betrachtung benutzen, die an die Berechnung der rein molekularen Strömung anschließt, indem Korrekturen eingeführt werden, die davon herrühren, daß die gegenseitigen Zusammenstöße der Moleküle im Vergleich mit den Stößen gegen die Wand nicht verschwindend wenig sind.

Wir betrachten einen Normalquerschnitt der Röhre mit dem Areal  $A$  und dem Umkreis  $\sigma$ . Man sieht leicht, daß die Formel  $\frac{1}{4} N \Omega$  für die Anzahl von Stößen, die die Flächeneinheit der Wand in der Sekunde empfängt, ihre Gültigkeit behält, auch wenn außer der Molekulanzahl  $N$  in jeder Volumeneinheit noch eine Anzahl  $N_1$  von Molekülen eines andern Gases angebracht würde; denn hierdurch würde nur die mittlere Weglänge  $\lambda$  verändert werden, und diese fällt, wie man sehen wird, durch die Integration weg, wodurch  $\frac{1}{4} N \Omega$  gefunden wird. Wir wollen uns eine Strömungsröhre vorstellen, in welcher  $N$  oder der Partialdruck des ersteren Gases von einem Ende bis zum anderen abnimmt, während  $N_1$  oder der Partialdruck des letzteren Gases überall in der Röhre und in beiden Behältern konstant ist. Die vom Druckfall hervorgebrachte Bewegungsgröße wird dann auf die Röhrenwand übertragen, teils direkt dadurch, daß Moleküle des ersteren Gases gegen die Wand stoßen, teils indirekt dadurch, daß Moleküle des ersteren Gases gegen Moleküle des letzteren Gases stoßen und diese dann wieder die empfangene Bewegungsgröße auf die Röhrenwand übertragen. Man kann

also annehmen, daß die Gegenwart des letzteren Gases so wirken wird, als ob die Wandfläche der Strömungsröhre vergrößert worden wäre, was zur Folge hat, daß eine kleinere Menge des ersteren Gases in der Zeiteinheit durchschlüpft. Wir denken uns sodann, daß jedes der Moleküle des letzteren Gases dieselbe Masse, Geschwindigkeit und Größe wie die Moleküle des ersteren Gases hat. Die Meinung hiermit ist mit andern Worten, daß wir im betrachteten Stück der Röhre einen Druckfall haben, welcher bewirkt, daß die geometrische Summe der Geschwindigkeiten aller Moleküle von Null verschieden ist. Aus der ganzen Anzahl von Molekülen  $N + N_1$  in jedem ccm wollen wir eine geringe Anzahl  $N$  mit Geschwindigkeiten hauptsächlich in der Richtung des Druckfalles auswählen. Wir können nun diese Wahl so treffen, daß die übrigen Moleküle über den ganzen Raum gleichmäßig verteilt sind, und daß die geometrische Summe ihrer Geschwindigkeiten Null ist. Die gesamte Bewegungsgröße in der Richtung der Röhre, in welche die Moleküle, von denen  $N_1$  in jedem ccm sind, der Röhre geben, ist dann Null, und wir brauchen im betrachteten kleinen Zeitelement nur zu untersuchen, welche Bewegungsgröße die Moleküle, von denen  $N$  in jedem ccm sind, auf die Wand übertragen, teils direkt durch Stöße gegen dieselbe, teils indirekt nach Stößen gegen andere Moleküle. Nach dem Verlauf des betrachteten kleinen Zeitelementes können wir wieder auf ähnliche Weise wie vorhin  $N$  Moleküle auswählen, so daß wir stets in jedem ccm  $N$  Moleküle haben, die zusammen eine bewegte Gasmasse bilden, welche mit den  $N_1$  Molekülen einer ruhenden Gasmasse derselben Art gleichmäßig vermischt ist. Wenn das letztere Gas die empfangene Bewegungsgröße momentan auf die Röhre übertragen konnte, so daß es nicht selbst hindurchgetrieben würde, so leuchtet es ein, daß eine Steigerung des mittleren Druckes des ruhenden Gases eine Verkleinerung der durchströmenden Gasmenge zur Folge haben muß.

Im Röhrenstück  $dl$  werden die Moleküle des ersteren Gases in der Zeit  $dt$   $\frac{1}{2} N \Omega \cdot dl dt$  mal gegen die Röhrenwand stoßen, und ist  $N$  im Vergleich mit  $N_1$  klein, werden sie annäherungsweise  $N A \frac{\Omega}{4} dl dt$  mal gegen Moleküle des letzteren

Gases stoßen. Haben die Moleküle des ersteren Gases die gemeinsame Geschwindigkeit  $v$  in der Richtung der Röhre, wird also die Bewegungsgröße  $\frac{1}{2} N \Omega o m v d l d t$  durch die direkten Stöße gegen die Röhrenwand auf dieselbe übertragen. Da man keine gemeinsame Geschwindigkeit  $v$  voraussetzen kann, aber das Maxwellsche Verteilungsgesetz zu berücksichtigen hat, muß der Faktor  $\frac{1}{2}$  in Analogie mit der Entwicklung unter der Theorie der molekularen Strömung hier durch  $3\pi/32$  ersetzt werden, so daß die übertragene Bewegungsgröße  $\frac{3\pi}{32} N \Omega o m v d l d t$  wird. Haben die Moleküle des ersteren Gases bei Stößen gegen das andere Gas die durchschnittliche Geschwindigkeit  $v_1$  in der Richtung der Röhre, empfängt also die ganze Gasmenge die Bewegungsgröße  $N A \frac{\Omega}{\lambda} m v_1 d l d t$ , oder wenn das Maxwellsche Verteilungsgesetz berücksichtigt wird,  $\frac{3\pi}{8} N A \frac{\Omega}{\lambda} m v_1 d l d t$ . Ist der Röhrendurchmesser im Vergleich mit der mittleren Weglänge sehr klein, müssen  $v$  und  $v_1$  gleich sein, da in dem Fall von verschiedenen Gasschichten mit verschiedenen Geschwindigkeiten nicht die Rede sein kann. Ist der Röhrendurchmesser im Vergleich mit der mittleren Weglänge dagegen so groß, daß wegen der inneren Reibung in verschiedenen Entfernungen von der Röhrenwand verschiedene Geschwindigkeiten entstehen, so muß  $v_1$  größer als  $v$  sein. Wir wollen aber hier diesen Fall außer Betracht lassen.

Denken wir uns nun, daß die von der Gasmasse empfangene Bewegungsgröße momentan auf die Wand übertragen wird, wird die ganze Bewegungsgröße, die das Röhrenstück  $d l$  in der Zeit  $d t$  empfängt, folglich

$$\frac{3\pi}{32} N \Omega o m v d l d t + \frac{3\pi}{8} N A \frac{\Omega}{\lambda} m v d l d t,$$

welche Bewegungsgröße der vom Druckfall  $\div (d p / d l)$  hervorgerufenen, also  $\div A \frac{d p}{d l} d l d t$ , gleich sein soll. Wir erhalten also:

$$(T) \quad \frac{3\pi}{32} N \Omega o m v \left( 1 + \frac{4 A}{\lambda o} \right) = \div A \frac{d p}{d l}.$$

Das Verhältnis ist also so zu betrachten, als ob die Größe der Oberfläche  $o d l$  wegen Unebenheiten um  $\frac{4 A}{\lambda} d l$  ge-

steigert worden wäre, welches mit grober Annäherung die Summe der Gasmoleküloberflächen in dem betrachteten Rohrstück ist, indem jedes Molekül als eine Kugel mit einem Radius doppelt so groß als der wirkliche betrachtet wird.

Wenn die von der Gasmasse empfangene Bewegungsgröße momentan auf die Röhrenwand übertragen werden könnte, würde die Gewichtsmenge Gas, die in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt der Röhre strömt,  $\Delta N m v$  werden. In der Wirklichkeit verläuft einige Zeit, nachdem ein Zusammenstoß zwischen zwei Molekülen stattgefunden hat, bis sie die Wand treffen, und während dieser Zeit haben sie zusammen die Bewegungsgröße  $m v$  in der Richtung der Röhre. Die Gasmasse in der Längeneinheit der Röhre empfing in der Zeiteinheit die Bewegungsgröße  $N A (\Omega) / (\lambda) m v$ , und man kann deshalb annehmen, daß sich die Masse  $N A (\Omega) / (\lambda) m$  mit einer Geschwindigkeit  $v$  in der Zeit bewegt, die durchschnittlich innerhalb der beiden Zeitpunkte verläuft, wo ein Molekül des ersteren Gases ein anderes trifft und wo seine Bewegungsgröße auf die Wand übertragen wird.

Da  $N + N_1$  Moleküle in jedem Kubikzentimeter sind, empfängt die Röhrenlänge  $l$   $\frac{1}{4} (N + N_1) \Omega o l$  Stöße in der Sekunde, und da sich im ganzen  $(N + N_1) A l$  Moleküle in diesem Röhrenstück finden, wird also jedes Molekül in jeder Sekunde  $\frac{1}{4} (\Omega o) / A$  mal gegen die Wand stoßen, oder es wird durchschnittlich eine Zeit  $4 A / \Omega o$  zwischen zwei aufeinander folgenden Stößen gegen die Wand von jedem einzelnen Molekül verlaufen. Daß dieses richtig ist, sieht man leicht, wenn  $l$  im Vergleich mit den Dimensionen des Querschnittes, groß gewählt wird. Auf seinem Wege von einem Stoß gegen die Wand bis zum folgenden Stoß gegen die Wand wird jedes der betrachteten Moleküle eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür haben, gegen ein anderes Molekül zu stoßen, und diese Wahrscheinlichkeit ist in jedem Punkte der Bahn gleich groß. Ist die Molekülanzahl deshalb im ganzen so gering, daß man von den Fällen absehen kann, wo ein Molekül auf seinem Wege von Wand zu Wand zwei oder mehrere andere Moleküle trifft, wird die Zeit, die durchschnittlich von einem Zusammenstoß bis zu einem Stoß gegen die Wand verläuft,  $k (4 A) / \Omega o$  werden, wo  $k$  eine Zahl ist, die von  $\frac{1}{2}$  nicht sehr verschieden ist.

In der Zeit  $h(4A/\Omega o)$  hat die Gasmasse  $NA(\Omega/\lambda)m$  die Geschwindigkeit  $v$  gehabt und also den Weg  $h(4A/\Omega o)v$  zurückgelegt, was also der Weg ist, den die erwähnte Masse in jeder Sekunde zurücklegt, oder die mittlere Geschwindigkeit dieser Masse. Die Gasmasse, die in jeder Sekunde durch die Röhre strömt, weil das Gas nicht augenblicklich die empfangene Bewegungsgröße abgibt, wird also

$$NA \frac{\Omega}{\lambda} m h \frac{4A}{\Omega o} v = ANm v k \frac{4A}{\lambda o}.$$

Die ganze Gasmasse, die in der Zeiteinheit durch die Röhre strömt, wird folglich

$$G = ANm v \left( 1 + \frac{4A}{\lambda o} k \right).$$

Wird hierin der Wert von  $Nm v$  aus der Gleichung (7) eingesetzt, erhält man

$$G = - \frac{32}{3\pi} \frac{A^3}{o} \frac{dp}{dl} \frac{1}{\Omega} \frac{1 + \frac{4A}{\lambda o} k}{1 + \frac{4A}{\lambda o}},$$

woraus durch Einsetzen von  $\Omega = \frac{\sqrt{8/\pi}}{\sqrt{\varrho_1}}$

$$G = - \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\varrho_1} \frac{A^3}{o} \frac{1 + \frac{4A}{\lambda o} k}{1 + \frac{4A}{\lambda o}} \frac{dp}{dl}.$$

Da wir hier voraussetzen, daß  $4A/o$  im Vergleich mit  $\lambda$  eine kleine Größe ist, wird die Formel so umgeschrieben:

$$G = - \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\varrho_1} \frac{A^3}{o} \left( 1 - (1-k) \frac{4A}{\lambda o} \right) \frac{dp}{dl}.$$

Und dieses ergibt, auf eine kreisförmige zylindrische Röhre angewendet, wo  $A = \pi R^2$  und  $o = 2\pi R$ ,

$$T = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} \frac{R^3}{L} \left( 1 - (1-k) \frac{2R}{\lambda} \right).$$

Im Vergleich hiermit ergibt die Gleichung (2) für kleine Werte von  $p$

$$T = ap + b \left( 1 - (c_2 - c_1)p \right) = b \left[ 1 - \left( c_2 - c_1 - \frac{a}{b} \right) p \right]$$

und folglich muß man haben

$$\frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} \frac{R^2}{L} \left(1 - (1-k) \frac{2R}{\lambda}\right) = b \left[1 - \left(c_2 - c_1 - \frac{a}{b}\right) p\right].$$

Werden hier die Werte  $a$  und  $b$  aus den Gleichungen (4) und (5) eingesetzt, erhält man:

$$(1-k) \frac{2R}{\lambda} = \left(c_2 - c_1 - \frac{a}{b}\right) p$$

und da

$$p \lambda = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{8}} \frac{1}{0,30967} \frac{\eta}{\sqrt{\varrho_1}}$$

ist, ergibt das

$$(8) \quad c_2 - c_1 = \frac{\sqrt{\varrho_1}}{\eta} R \left( (1-k) \frac{2\sqrt{8} \cdot 0,30967}{\sqrt{\pi}} + \frac{3}{32} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} \right) = K \frac{\sqrt{\varrho_1}}{\eta} R,$$

was, wenn  $k = \frac{1}{2}$ , ergibt

$$c_2 - c_1 = \frac{\sqrt{\varrho_1}}{\eta} R \left( \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{\pi}} 0,30967 + \frac{3\sqrt{\pi}}{32\sqrt{8}} \right) = 0,6117 \frac{\sqrt{\varrho_1}}{\eta} R$$

oder

$$c_2 - c_1 = \frac{R}{p \lambda} \left( 1 + \frac{3\pi}{0,30967 + 128} \right) = 1,2378 \frac{R}{p \lambda}.$$

Zur Untersuchung der Übereinstimmung dieser Gleichungen mit der Beobachtung sind in der folgenden Zusammenfassung die Werte von  $c_2 - c_1$  aufgeführt, der Tab. II über die empirisch gefundenen Konstanten entnommen, sowie der Wert von

$$0,6117 \frac{\sqrt{\varrho_1}}{\eta} R,$$

aus den bekannten Werten von  $\varrho_1$  und  $\eta$  und den durch Kalibrierung und Ausmessung gefundenen Werten von  $R$  berechnet.

		$c_2 - c_1$	$0,6117 \frac{\sqrt{\varrho_1}}{\eta} R$
Röhre 1	Wasserstoff . . . .	0,00065	0,00065
	Sauerstoff . . . .	0,00076	0,00120
	Kohlensäure . . . .	0,00108	0,00181
„ 2	Wasserstoff . . . .	0,00070	0,00065
	Kohlensäure . . . .	0,00140 ± 0,00016	0,00237
„ 4	Wasserstoff . . . .	0,00058	0,00020
	Sauerstoff . . . .	0,00034	0,00036
	Kohlensäure . . . .	0,00075 ± 0,00006	0,00056



Die beiden Reihen weisen so viel Übereinstimmung auf, daß man hierin eine Bestätigung der Theorie findet, daß man für kleine Drucke  $c_2 - c_1$  und damit jede dieser Größen dem  $\sqrt{q_1}/(\eta) R$  proportional haben muß. Ob die Konstante 0,6117 dagegen die rechte ist, wenn die Formel hinlängliche Annäherung, auch bei größeren Drucken, ergeben soll, ist zweifelhaft und muß genauer untersucht werden; wir wollen deshalb vorläufig

$$c_2 = d \frac{\sqrt{q_1}}{\eta} R$$

setzen, und also infolge von (6)

$$c_1 = 0,810 \frac{d \sqrt{q_1}}{\eta} R,$$

wo  $d$  konstant ist. Mit den gefundenen Konstanten und mit Benutzung von (C.G.S.-)Einheiten kann die Formel (2) also geschrieben werden

$$(9) \quad T = \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} \frac{R^4}{L} p + \frac{4}{3} \sqrt{2} \pi \frac{1}{\sqrt{q_1}} \frac{R^3}{L} \frac{1 + 0,810 d \frac{\sqrt{q_1}}{\eta} R p}{1 + d \frac{\sqrt{q_1}}{\eta} R p}.$$

Durch Differentiation findet man für den Druck  $p_m$ , für welchen  $T$  das Minimum ist,

$$(10) \quad p_m = \frac{\eta}{d \sqrt{q_1} R} \left( \sqrt{\frac{d \cdot 0,190}{m}} - 1 \right) = \frac{1}{c_2} \left( \sqrt{\frac{d \cdot 0,190}{m}} - 1 \right),$$

wo  $m = 3\sqrt{\pi}/32\sqrt{2}$  bedeutet. Wird  $\eta$  aus (9) und (10) eliminiert, erhält man

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} T &= \frac{4}{3} \sqrt{2} \pi \frac{R^3}{\sqrt{q_1} L} \\ &\left[ \left( \sqrt{\frac{0,190 m}{d}} - \frac{m}{d} \right) \frac{p}{p_m} + \frac{1 + 0,810 \left( \sqrt{\frac{0,190 d}{m}} - 1 \right) \frac{p}{p_m}}{1 + \left( \sqrt{\frac{0,190 d}{m}} - 1 \right) \frac{p}{p_m}} \right]. \end{aligned} \right.$$

Hieraus sieht man, daß das Verhältnis zwischen den Werten von  $T$ , die  $p = p_m$  und  $p = 0$  entsprechen, dasselbe für alle Röhren und Gase ist. Aus (10) können noch hergeleitet werden ein paar Eigenschaften, den Minimumwert von  $T$  betreffend. Erstens zeigt (10), daß  $p_m \cdot c_2$  für alle Versuchsreihen

konstant ist, und führt man in die Gleichung  $\lambda_m$  ein, der Formel

$$p_m \lambda_m = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{0,30967} \frac{\eta}{\sqrt{v_1}}$$

entnommen, erhält man

$$(12) \quad \frac{R}{\lambda_m} = \frac{0,30967}{\sqrt{\frac{\pi}{8}} d} \left( \sqrt{\frac{0,190 d}{m}} - 1 \right),$$

was, in Worten ausgedrückt, besagt, daß das Verhältnis zwischen dem Röhrenradius und der mittleren Weglänge, bei welcher für denselben Druckunterschied am wenigsten Gas durch die Röhre geht, für alle Röhren und alle Gase konstant ist.

Zum Nachweis der Richtigkeit dieser Gesetze dient die Tab. III, die auf Grund der rein empirischen Formelkonstanten der Tab. II berechnet ist. Sie gibt in der ersten Kolonne das Verhältnis  $T_m/T_0$  zwischen dem Minimalwert von  $T$  und dem Wert von  $T$ , der dem Druck Null entspricht, an.

Tabelle III.

		$\frac{T_m}{T_0}$	$p_m c_2$	$\frac{R}{\lambda_m}$
Röhre 1	Wasserstoff . . .	0,95	1,3	0,15
	Sauerstoff . . .	0,96	0,7	0,18
	Kohlensäure . . .	0,97	0,6	0,18
„ 2	Wasserstoff . . .	0,93	1,3	0,19
„ 3	Kohlensäure . . .	0,96	0,7	0,21
„ 4	Wasserstoff . . .	0,92	3,1	0,13
	Sauerstoff . . .	0,95	1,3	0,19
	Kohlensäure . . .	0,93	1,7	0,19

Man sieht, daß die Zahlen jeder Kolonne als konstant zu betrachten sind, ausgenommen die Werte von Wasserstoff (Röhre 4); daß dieselben abweichen, kann nicht wundern, da die Beobachtungen bei kleinen Drucken in dieser Versuchsreihe große, wahrscheinlich durch Atmolyse verursachte gegenseitige Abweichungen aufweisen, die die Formelkonstanten für diese Röhre in der Tab. II ziemlich unsicher machen.

Es erübrigt noch, die Konstante  $d$  in der Formel (9) zu bestimmen; dies kann dadurch geschehen, daß man einer der

Kolonnen der Tab. III einen konstanten Wert beilegt, wonach  $d$  mit Verwendung von (11), (10) oder (12) berechnet werden kann. Wegen der Funktionsform gibt sowohl  $T_m/T_0$  als  $R/\lambda_m$  eine unsichere Bestimmung von  $d$ , so daß die Übereinstimmung innerhalb jeder dieser Kolonnen einer ähnlichen Sicherheit für  $d$  nicht entspricht. Wir wollen es deshalb vorziehen,  $p_m c_2$  zur Bestimmung dieser Konstante zu verwenden; diese Größe ist von 1 nicht sehr verschieden, und da  $p_m c_2 = 1$  gerade besonders einfache Relationen ergibt, wollen wir  $p_m c_2 = 1$  setzen. Wird dies in (10) eingesetzt, erhält man

$$\sqrt{\frac{0,190 d}{m}} = 2 \quad \text{und} \quad d = \frac{4 m}{0,190} = \frac{3 \sqrt{\pi}}{0,190 \cdot 8 \sqrt{2}} = 2,47,$$

was, in (11) eingesetzt,

$$T = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{R_2}{\sqrt{q_1} L} \left[ 0,0475 \frac{p}{p_m} + \frac{1 + 0,810 \frac{p}{p_m}}{1 + \frac{p}{p_m}} \right].$$

ergibt, woraus folgt  $T_m/T_0 = 0,952$ , und aus (12)  $R/\lambda_m = 0,200$ , und endlich wird (9) so umgestaltet

$$(13) \quad T = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{1}{\eta} \frac{R^4}{L} \cdot p + \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sqrt{q_1}} \frac{R_2}{L} \frac{1 + 2,00 \frac{\sqrt{q_1}}{\eta} \cdot R \cdot p}{1 + 2,47 \frac{\sqrt{q_1}}{\eta} \cdot R \cdot p}$$

oder mit Einführung der mittleren Weglänge  $\lambda$

$$T = \frac{\pi \sqrt{\pi}}{8 \sqrt{8} \times 0,80967} \frac{R^4}{L} \frac{1}{\lambda \sqrt{q_1}} + \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{R^2}{L} \frac{1}{\sqrt{q_1}} \frac{1 + 0,810 \frac{5 R}{\lambda}}{1 + \frac{5 R}{\lambda}},$$

woraus  $Q_t$  durch Multiplikation mit dem Druckunterschied  $(p_1 - p_2)$

Es soll jedoch ausdrücklich hervorgehoben werden, daß diese allgemeine Formel nur eine empirische ist und wahrscheinlich systematische Abweichungen von wirklichen Beobachtungsreihen aufweisen würde, die mit bedeutend größerer Genauigkeit ausgeführt würden, als ich es getan habe.

Als Probe der Genauigkeit, womit die Formel für  $T$  meine Versuchsreihen wiedergibt, sind die aus der Gleichung (13) berechneten Werte von  $T$  in der Tab. I über die Versuchsergebnisse unter der Rubrik  $T_a$  aufgeführt. Für diese Berechnung

sind die früher angeführten Werte der inneren Reibung benutzt. Die Größe  $R^3/L$  ist mit dem durch Kalibrierung und Ausmessung gefundenen Wert von

$$\frac{1}{L} \int_0^L \frac{dl}{R^3}$$

ersetzt. Daß systematische Abweichungen vorkommen, kann natürlich nicht wundern, da Unreinheiten der benutzten Gase, Fehler der Bestimmungen der Röhrendimensionen und viele verschiedene andere Beobachtungsfehler solche hervorrufen können.

Die recht bedeutende Arbeit der Berechnung der einzelnen Werte von  $T$  aus den Manometerablesungen ist von Frl. cand. mag. Kirstine Smith ausgeführt, die auch die erwähnten Ausgleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate besorgt und die übrigen stattgefundenen Berechnungen kontrolliert hat. Für die so geleistete Hilfe sage ich meinen verbindlichsten Dank.

Kopenhavns Universitet, Oktober 1908.

(Eingegangen 29. Oktober 1908.)

**6. Über den Einfluß  
der molekularen Bewegung auf die Dispersions-  
erscheinungen in Gasen;  
von J. Laub.**

---

In der folgenden Abhandlung soll untersucht werden, welchen Einfluß die Molekularbewegung auf die Dispersion ausübt. Da man es bei der molekularen Bewegung mit verhältnismäßig sehr großen Geschwindigkeiten ( $v = 10^5 - 10^6$  cm/sec) zu tun hat, scheint es a priori nicht ausgeschlossen, daß ihre Berücksichtigung zu Resultaten führt, die dem Experiment zugänglich sind. Außerdem schien mir die Behandlung dieses Problems vom prinzipiellen Standpunkt aus interessant zu sein.

Es mögen sich Lichtwellen in einem gasförmigen Körper fortpflanzen. Die Gasmoleküle bewegen sich nach den Anschauungen der kinetischen Theorie nach allen Richtungen mit allen möglichen Geschwindigkeiten, man hat daher in dem Falle Licht, welches sich in einem System von verschieden bewegter Materie fortpflanzt. Wird das Gas von einer Lichtwelle durchzogen, dann sollen die an den Molekülen haftenden Elektronen zum Mitschwingen angeregt werden, das ganze Molekül soll aber elektrisch neutral bleiben, so, daß weder die Richtung noch der Betrag der *Molekulargeschwindigkeit* durch das Licht geändert wird. Wir fragen nach dem Vorgang der Dispersion im Gase, wie er sich einem ruhenden Beobachter darstellt. Um das zu beantworten, fassen wir zunächst die Moleküle ins Auge, die sich in *einer bestimmten* Richtung und zwar in der des Vektors  $v$  mit *einer bestimmten* Geschwindigkeit vom Betrage  $v$  bewegen, und fragen, wie groß ist der Anteil, den diese Moleküle zur elektrischen Polarisierung liefern, wenn der Verlauf des elektromagnetischen Feldes gegeben ist.

Zu dem Zwecke führen wir zwei Koordinatensysteme  $K(X, Y, Z)$  und  $K'(X', Y', Z')$  ein, welche beide beschleunigungsfrei, jedoch relativ zueinander bewegt sind. Ist im Raume Materie vorhanden, welche relativ zu  $K'$  ruht, und von der

wir zur Vereinfachung annehmen, daß sie nur eine Art von Elektronen (Eigenschwingung) enthält, so mögen für das System  $K'$  die in der Theorie der Dispersion fundamentalen Gleichungen gelten:

$$(1) \quad \frac{d^2 \mathbf{p}'}{dt'^2} = -n_0^2 \mathbf{p}' - 2k \frac{d\mathbf{p}'}{dt'} + \frac{e^2 N'}{\mu} \mathfrak{E},$$

wobei  $\mathbf{p}'$  den Vektor der elektrischen Polarisisation bedeutet,  $\mathfrak{E}$  ist der Vektor der elektrischen Kraft in der erregenden Welle,  $e$  die elektrische Ladung des Elektrons,  $\mu$  die Masse,  $n_0$  die Frequenz der freien Schwingung,  $k$  ein konstanter Koeffizient.

Wir betrachten nun ein zweites rechtwinkliges Bezugssystem  $K$ . Der Anfangspunkt von  $K'$  soll sich mit der konstanten Geschwindigkeit vom Betrage  $v$  in der Richtung des Vektors  $\mathbf{v}$  ( $v_x, v_y, v_z$ ) bewegen. Es mögen ferner  $\mathbf{r}$  und  $\mathbf{r}'$  Vektoren bezeichnen, welche sich auf  $K$  bzw.  $K'$  beziehen, deren Komponenten nach den  $X, Y, Z$ - und  $X', Y', Z'$ -Achsen  $r_x, r_y, r_z$  bzw.  $r'_x, r'_y, r'_z$  sind. Wir wollen ferner unter  $h$  bzw.  $h'$  die Komponente des Vektors  $\mathbf{r}$  bzw.  $\mathbf{r}'$  nach der Richtung  $\mathbf{v}$  verstehen. Dann gelten nach der Relativitätstheorie für jedes Punktereignis folgende Transformationsgleichungen:

$$(2) \quad \begin{cases} h' = \beta(h - vt), \\ t' = \beta\left(t - \frac{v}{c^2}h\right), \end{cases} \quad \left(\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

wobei  $h$  und  $t$  (Zeit) sich auf das System  $K$  beziehen.

Wir wollen im folgenden immer  $v^2/c^2$  gegen 1 vernachlässigen. Dann hat man ferner für die elektrischen und magnetischen Vektoren:  $\mathfrak{E}, \mathbf{b}, \mathfrak{H}, \mathbf{b}'$  des Systems  $K'$  die Transformationsgleichungen:<sup>1)</sup>

$$(3) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}' = \mathfrak{E} + \left[\frac{\mathbf{v}}{c} \mathbf{b}\right], \\ \mathbf{b}' = \mathbf{b} + \left[\frac{\mathbf{v}}{c} \mathfrak{H}\right], \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \mathfrak{H}' = \mathfrak{H} - \left[\frac{\mathbf{v}}{c} \mathbf{b}\right], \\ \mathbf{b}' = \mathbf{b} - \left[\frac{\mathbf{v}}{c} \mathfrak{E}\right]. \end{cases}$$

1) Vgl. H. Minkowski, Gött. Nachr. p. 11. 1908; A. Einstein u. J. Laub, Ann. d. Phys. 26. p. 534. 1908.

Aus den Beziehungen (3) und (4) erhält man leicht die Transformationsgleichungen für die elektrische Polarisation  $p'$ , und zwar:

$$p' = p - \mathfrak{E}' = p + \left[ \frac{v}{c} \mathfrak{H} \right] - \left\{ \mathfrak{E} + \left[ \frac{v}{c} p \right] \right\},$$

oder

$$(5) \quad p' = p - \left[ \frac{v}{c} q \right],$$

wobei

$$p = p - \mathfrak{E},$$

$$q = p - \mathfrak{H}$$

die Vektoren der elektrischen bzw. magnetischen Polarisation in  $K$  bedeuten.

Führt man die in (2) bis (5) angegebenen Transformationen an der Gleichung (1) aus, so erhält man:

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial^2 \left\{ p - \left[ \frac{v}{c} q \right] \right\}}{\partial t^2} + v^2 \frac{\partial^2 \left\{ p - \left[ \frac{v}{c} q \right] \right\}}{\partial h^2} + 2v \frac{\partial^2 \left\{ p - \left[ \frac{v}{c} q \right] \right\}}{\partial h \partial t} \\ & = -n_0^2 \left\{ p - \left[ \frac{v}{c} q \right] \right\} - 2k \frac{\partial \left\{ p - \left[ \frac{v}{c} q \right] \right\}}{\partial t} \\ & \quad - 2kv \frac{\partial \left\{ p - \left[ \frac{v}{c} q \right] \right\}}{\partial h} + \frac{\epsilon^2 N}{\mu} \left\{ \mathfrak{E} + \left[ \frac{v}{c} p \right] \right\}. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Die magnetische Polarisation  $q$  läßt sich aus der letzten Gleichung leicht eliminieren. Berücksichtigen wir nämlich, daß für das mitbewegte System die magnetische Polarisation gleich Null ist, d. h.

$$(7) \quad q' = p' - \mathfrak{H}' = 0$$

und transformieren diese Beziehung auf das System  $K$ , so erhalten wir:

$$(8) \quad q = - \left[ \frac{v}{c} p \right].$$

Setzen wir (8) in (6) ein, so verschwindet<sup>2)</sup> das Vektorprodukt  $[v/cq]$  und wir haben:

$$(1a) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + v^2 \frac{\partial^2 p}{\partial h^2} + 2v \frac{\partial^2 p}{\partial h \partial t} \\ & = -n_0^2 p - 2k \frac{\partial p}{\partial t} - 2kv \frac{\partial p}{\partial h} + \frac{\epsilon^2 N}{\mu} \left\{ \mathfrak{E} + \left[ \frac{v}{c} p \right] \right\}. \end{aligned} \right.$$

1)  $N' = N$ , da wir  $v^2/c^2$  gegen 1 vernachlässigen.

2) bei Vernachlässigung von  $v^2/c^2$  gegen 1.

Es möge die Fortpflanzungsrichtung der Lichtwellen in die  $\alpha$ -Richtung fallen, es sei ferner  $\alpha$  der Kosinus des Winkels zwischen der Wellennormale und der Bewegungsrichtung der Materie. Wir wollen im folgenden annehmen, daß die Vektoren  $p$ ,  $\mathfrak{E}$ ,  $b$  sämtlich den Faktor enthalten:

$$(9) \quad e^{i n (t - \gamma u)},$$

wobei  $\gamma$  eine komplexe Konstante ist und  $n$  die Schwingungsfrequenz des einfallenden Lichtes bedeutet. Wenn wir (9) als den veränderlichen Teil der Ausdrücke für  $p$ ,  $\mathfrak{E}$  und  $b$  annehmen, so führt (1a) auf die wichtige Beziehung:

$$(10) \quad \left\{ \begin{aligned} n_0^2 - n^2 + 2 k i n + 2 v \alpha \gamma n^2 + 2 v \alpha \gamma k i n - v^2 \alpha^2 \gamma^2 n^2 \right\} p \\ = \frac{\epsilon^2 N}{\mu} \left\{ \mathfrak{E} + \left[ \frac{v}{c} b \right] \right\}.$$

Transformiert man  $b'$  und  $\mathfrak{E}'$  auf das System  $K$  mit Berücksichtigung von (7), so zeigt sich, daß man bei Vernachlässigung von  $\frac{v^2}{c^2}$  gegen 1  $\left[ \frac{v}{c} b \right]$  durch  $\left[ \frac{v}{c} \mathfrak{E} \right]$  ersetzen kann. Die letzte Gleichung kann also auch geschrieben werden:

$$(10a) \quad p F(v, \alpha) = \frac{\epsilon^2 N}{\mu} \left\{ \mathfrak{E} + \left[ \frac{v}{c} \mathfrak{E} \right] \right\},$$

wobei gesetzt ist:

$$F(v, \alpha) = n_0^2 - n^2 + 2 k i n + 2 v \alpha \gamma n^2 + 2 v \alpha \gamma k i n - v^2 \alpha^2 \gamma^2 n^2.$$

Die Gleichung (10a) gilt für den Fall, daß alle Moleküle sich in derselben Richtung mit derselben Geschwindigkeit  $v$  bewegen.  $N$  bedeutet die Anzahl pro Volumeneinheit derjenigen Elektronen, welche an mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegten Molekülen haften. Wir können kurz sagen, daß wir bis jetzt die *v-Elektronengattung* betrachten.

Um das Problem der Fortpflanzung des Lichtes in Gasen zu lösen, wo man es mit nach allen Richtungen und allen möglichen Geschwindigkeiten bewegten Molekülen zu tun hat, ist es zweckmäßig, der Gleichung (10a) ein bestimmtes Koordinatensystem zugrunde zu legen. Wir wollen ferner und können ohne Einschränkung der Allgemeinheit die Fortpflanzungsrichtung des Lichtes in die  $X$ -Achse legen, dann wird  $\alpha$  einfach der Richtungskosinus zwischen der  $X$ -Achse und Bewegungsrichtung  $u$ . Betrachtet man etwa die  $Y$ -Komponente von (10a), so hat man:



$$(10c) \quad v_y = \frac{e^2 N}{\mu F(\alpha, v)} \left( \mathfrak{E}_y + \frac{v_x}{c} \mathfrak{H}_x - \frac{v_z}{c} \mathfrak{H}_z \right).$$

Man sieht, daß falls  $N$  gleich Null ist, d. h. falls keine Elektronengattung vorhanden ist, dann ist  $p_y = 0$ , ist die  $v$ -Elektronengattung vorhanden, d. h. falls nur Elektronen vorhanden sind, welche den mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegten Molekülen angehören, dann ist die elektrische Polarisierung durch (10c) ausgedrückt. Wir nehmen daher an, daß falls Moleküle vorhanden sind, die sich mit allen möglichen Geschwindigkeiten bewegen, die gesamte sich einstellende Polarisierung  $\mathfrak{P}$  erhalten wird, indem man  $e^2 N / \mu F(\alpha, v) (\mathfrak{E}_y + \dots)$  für alle Elektronengattungen bildet. Mit anderen Worten, die von allen Elektronengattungen herrührende Polarisierung  $\mathfrak{P}_y$  ist gleich:

$$(11) \quad \mathfrak{P}_y = \sum_v \sum_{\alpha} \frac{e^2 N(v)}{\mu F(\alpha, v)} \left( \mathfrak{E}_y + \frac{v_x}{c} \mathfrak{H}_x - \frac{v_z}{c} \mathfrak{H}_z \right),$$

wobei die Summierung über alle Richtungen und alle Geschwindigkeiten zu erstrecken ist. Bei gegebenem elektrischen Felde soll also die Gesamtpolarisation  $\mathfrak{P}$  durch Summierung der Polarisierungen der einzelnen Elektronengattungen entstehen.  $N$  wird eine Funktion von  $v$  und wir erhalten mit Hilfe des Maxwell'schen Verteilungsgesetzes die Anzahl der Elektronen in der Volumeneinheit, welche Molekülen angehören, deren Geschwindigkeiten zwischen  $v$  und  $v + dv$  liegen.

Wir wollen zuerst die Integration über alle Richtungen ausführen. Wir setzen:

$$J_1 = \frac{e^2 N(v)}{\mu F(\alpha, v)} \mathfrak{E}_y,$$

$$J_2 = \frac{e^2 N(v)}{\mu F(v, \alpha)} \left\{ \frac{v \cos(v, x)}{c} \mathfrak{H}_x - \frac{v \cos(v, z)}{c} \mathfrak{H}_z \right\}.$$

Entwickelt man  $F(v)$  in eine Potenzreihe nach  $v$  und beschränkt sich auf quadratische Glieder in  $v$ , so erhält man:

$$J_1 = \mathfrak{E}_y \frac{e^2 N(v)}{\mu l} \{ 1 - p v \cos(v, x) + (p^2 + r) v^2 \cos^2(v, x) \},$$

$$J_2 = \frac{e^2 N(v)}{\mu l} \left\{ \left( \frac{v \cos(v, x)}{c} \mathfrak{H}_x - \frac{v \cos(v, z)}{c} \mathfrak{H}_z \right) (1 - p v \cos(v, x) + (p^2 + r) v^2 \cos^2(v, x)) \right\},$$

wobei gesetzt ist:

$$l = n_0^2 - n^2 + 2 k i n,$$

$$p = \frac{2 n^2 \gamma + 2 k i n \gamma}{(n_0^2 - n^2 + 2 k i n)},$$

$$r = \frac{\gamma^2 n^2}{(n_0^2 - n^2 + 2 k i n)}.$$

Mit Hilfe des Kosinussatzes der sphärischen Trigonometrie läßt sich der Winkel  $(v, z)$  durch  $(v, x)$  ausdrücken. Es ist nämlich:

$$\cos(v, z) = \sin(v, x) \cos \eta,$$

wobei  $\eta$  ein Winkel ist, den eine Ebene, die parallel ist zu  $v$ , mit der  $xy$ -Ebene bildet.

Ferner ist:

$$N(v) dv = M \frac{d\tau}{4\pi} \Phi(v) dv,$$

wobei  $M$  die Anzahl der Elektronen in der Volumeneinheit bedeutet,  $d\tau$  ein Kegelelement vom Inhalt  $\sin(v, x) d(v, x) d\eta$  und  $\Phi(v) dv$  die Maxwell'sche Wahrscheinlichkeitsfunktion ist, so daß

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(v) dv = 1$$

ist. Setzt man den Wert für  $N(v)$  in  $J_1$  und  $J_2$  ein, so muß man, um alle Richtungen zu erhalten, eine doppelte Integration ausführen und zwar über alle  $(v, x)$  in den Grenzen von 0 bis  $\pi$  und über alle  $\eta$  von 0 bis  $2\pi$ . Da

$$\int_0^{2\pi} \cos \eta d\eta = 0$$

ist, so sieht man sofort, daß von dem Doppelintegral  $J_2$  nur bleibt:

$$\begin{aligned} A_2 &= \oint_2 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{e^2 M \Phi(v) dv}{4\pi \mu l c} p v^2 \cos^2(v, x) \sin(v, x) d(v, x) d\eta \\ &= \oint_2 \frac{1}{3c} \cdot \frac{e^2 M \Phi(v) dv}{\mu l} p v^3. \end{aligned}$$

Das Integral über  $J_1$  liefert:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \mathfrak{E}_y \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{e^2 M \Phi(v) dv}{4 \pi \mu l} \{1 - p v \cos(v, x) + (p^2 + r) v^2 \cos^2(v, x)\} \\
 &\quad \sin(v, x) d(v, x) d\eta \\
 &= \mathfrak{E}_y \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{e^2 M \Phi(v) dv}{4 \pi \mu l} \sin(v, x) d(v, x) d\eta \\
 &\quad - \mathfrak{E}_y \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{e^2 M \Phi(v) dv}{4 \pi \mu l} p v \cos(v, x) \sin(v, x) d(v, x) d\eta \\
 &\quad + \mathfrak{E}_y \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{e^2 M \Phi(v) dv}{4 \pi \mu l} (p^2 + r) v^2 \cos^2(v, x) \sin(v, x) d(v, x) d\eta.
 \end{aligned}$$

Nach der Integration erhält man:

$$A_1 = \mathfrak{E}_y \frac{e^2 M \Phi(v) dv}{\mu l} \left\{1 + \frac{1}{3} (p^2 + r) v^2\right\}.$$

Um die gesamte Polarisation  $\mathfrak{P}_y$  zu erhalten, müssen wir noch über alle  $v$  integrieren, d. h. es ist zu bilden:

$$\mathfrak{P}_y = \int_{-\infty}^{+\infty} A dv = \int_{-\infty}^{+\infty} (A_1 + A_2) dv.$$

Führt man die Integration aus, so wird:

$$\mathfrak{P}_y = \mathfrak{E}_y \left\{ \frac{e^2 M}{\mu l} + \frac{1}{3} \frac{e^2 M}{\mu l} (p^2 + r) \bar{v}^2 \right\} + \mathfrak{E}_z \frac{1}{3 c} \frac{e^2 M}{\mu l} p \bar{v}^3,$$

wobei  $\bar{v}^2$  das Mittel des Quadrates der Molekulargeschwindigkeit des Gases ist. Setzt man die Werte für  $l$ ,  $p$ ,  $r$  ein, so hat man:

$$(11) \left\{ \mathfrak{P}_y = \mathfrak{E}_y \left\{ \frac{e^2 M}{\mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)} + \frac{4}{3} \bar{v}^2 \frac{e^2 M \gamma^2 (n^4 - k^2 n^2 + 2 k i n^2)}{\mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)^3} \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{1}{3} \bar{v}^2 \frac{e^2 M \gamma^2 n^2}{\mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)^3} \right\} + \mathfrak{E}_z \frac{2 \bar{v}^3}{3 c} \frac{e^2 M (n^2 \gamma + k i n \gamma)}{\mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)^3} \right\}.$$

Auf diese wichtige Gleichung werden wir gleich unten zurückkommen.

Betrachten wir eine Lichtwelle, deren Normale in die  $X$ -Achse fällt, so liefern uns andererseits die Grundgleichungen

der Elektrodynamik, indem wir noch ähnlich wie früher  $(v/c) \mathfrak{P}_x$  durch  $(v/c) \mathfrak{S}_x$  ersetzen, die Beziehungen:

$$(12) \quad \begin{cases} \frac{\partial \mathfrak{S}_x}{\partial x} = -\frac{1}{c} \left( \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial t} \right), \\ \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{S}_x}{\partial t}, \end{cases}$$

welche man leicht auf die Form bringt:

$$(13) \quad c^2 \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \mathfrak{P}_y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_y}{\partial t^2}.$$

Nimmt man wieder an, daß  $\mathfrak{P}$ ,  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{S}$  den Faktor

$$e^{i n (t - \gamma x)}$$

enthalten, so liefern (13) und (12) die Beziehungen:

$$(14) \quad \begin{cases} \frac{\mathfrak{P}_y}{\mathfrak{E}_y} = c^2 \gamma^2 - 1, \\ \mathfrak{S}_x = c \gamma \mathfrak{E}_y. \end{cases}$$

Mit Rücksicht auf (11) hat man dann:

$$(15) \quad \begin{cases} c^2 \gamma^2 - 1 = \frac{e^2 M}{\mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)} + \frac{4 \gamma^2 v^2 e^2 M (n^4 - k^2 n^2 + 2 k i n^3)}{3 \mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)^2} \\ + \frac{1 \gamma^2 v^2 e^2 M n^3}{3 \mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)^2} + \frac{2 \gamma^2 v^2 e^2 M (n^3 + k i n)}{3 \mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)^2}. \end{cases}$$

Setzt man:

$$(16) \quad c \gamma = v - i \kappa,$$

so wird  $\mathfrak{E}_y$  nur von

$$(17) \quad e^{\left\{ -\frac{2 \pi n x}{\lambda} + i n \left( t - \frac{v x}{c} \right) \right\}}$$

abhängen, wobei  $\lambda$  die Wellenlänge im Vakuum bedeutet, auf die sich  $n$  bezieht. Aus (17) geht hervor, daß  $\kappa$  der Extinktionskoeffizient und  $v$  der Brechungsindex des Gases sind. Aus (16) und (15) folgt:

$$(18) \quad \begin{cases} (v - i \kappa)^2 \left\{ 1 - \frac{4 \frac{v^2}{c^2} (n^4 - k^2 n^2 + 2 k i n^3) e^2 M}{3 \mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)^2} - \frac{1 \frac{v^2}{c^2} e^2 M (3 n^2 + 2 k i n)}{3 \mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)^2} \right\} \\ = 1 + \frac{e^2 M}{3 \mu (n_0^2 - n^2 + 2 k i n)}. \end{cases}$$

Setzt man:

$$\begin{aligned}
 (19) \quad \left\{ \begin{aligned} a_1 &= \frac{e^2 M}{\mu} \cdot \frac{n_0^2 - n^2}{(n_0^2 - n^2)^2 + 4k^2 n^2}, \\ a_2 &= \frac{e^2 M}{3\mu} \cdot \frac{n^2 \{3(n_0^2 - n^2)^2 + 8k^2(n_0^2 - n^2) - 12k^2 n^2\}}{(n_0^2 - n^2)^2 + 4k^2 n^2}, \\ a_3 &= \frac{4e^2 M}{3\mu} \cdot \frac{n^4(n_0^2 - n^2)^2 + k^2 n^2 \{-(n_0^2 - n^2)^2 + 12n^2(n_0^2 - n^2)^2 - 12n^4(n_0^2 - n^2) + 12k^2 n^2(n_0^2 - n^2) - 16k^2 n^4\}}{(n_0^2 - n^2)^2 + 4k^2 n^2}, \end{aligned} \right. \\
 (20) \quad \left\{ \begin{aligned} b_1 &= \frac{e^2 M}{\mu} \cdot \frac{2kn}{(n_0^2 - n^2)^2 + 4k^2 n^2}, \\ b_2 &= \frac{e^2 M}{3\mu} \cdot \frac{2kn \{ (n_0^2 - n^2)^2 - 6n^2(n_0^2 - n^2) - 4k^2 n^2 \}}{(n_0^2 - n^2)^2 + 4k^2 n^2}, \\ b_3 &= \frac{4e^2 M}{3\mu} \cdot \frac{2kn^3 \{ (n_0^2 - n^2)^2 - 3n^2(n_0^2 - n^2)^2 + 3k^2(n_0^2 - n^2)^2 - 12k^2 n^2(n_0^2 - n^2) + 4n^4 - 4k^4 n^2 \}}{(n_0^2 - n^2)^2 + 4k^2 n^2}, \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

so kann man (18) in der Form schreiben:

$$(21) \quad (\nu - i\kappa)^2 \left\{ 1 - \frac{\bar{v}^2}{c^2} (a_3 + i b_3) - \frac{\bar{v}^2}{c^2} (a_2 + i b_2) \right\} = 1 + a_1 - i b_1.$$

Entwickelt man

$$\frac{1}{1 - \frac{\bar{v}^2}{c^2} (a_3 + i b_3) - \frac{\bar{v}^2}{c^2} (a_2 + i b_2)}$$

in eine Potenzreihe und beschränkt sich auf quadratische Glieder in  $v/c$ , so wird (21) gleich:

$$(22) \quad \left\{ \begin{aligned} (\nu - i\kappa)^2 &= 1 + a_1 - i b_1 \\ &+ \frac{\bar{v}^2}{c^2} \{ a_3 + a_1 a_3 + b_1 b_3 + i(a_1 b_3 - a_3 b_1 + b_3) \} \\ &+ \frac{\bar{v}^2}{c^2} \{ a_2 + a_1 a_2 + b_1 b_2 + i(a_1 b_2 - a_2 b_1 + b_2) \}. \end{aligned} \right.$$

Die letzte Gleichung ergibt nach der Trennung der reellen und imaginären Größen:

$$(23) \quad \nu^2 - \kappa^2 = 1 + a_1 + \frac{\bar{v}^2}{c^2} \{ a_2 + a_3 + a_1 a_2 + a_1 a_3 + b_1 b_3 + b_1 b_2 \},$$

$$(24) \quad 2\nu\kappa = b_1 - \frac{\bar{v}^2}{c^2} \{ b_2 + b_3 + (a_1 b_3 - a_3 b_1) + a_1 b_2 - a_2 b_1 \}.$$

Das sind die Gleichungen, die den Brechungsindex und Absorptionskoeffizienten als Funktion der Schwingungsperiode des

einfallenden Lichtes und der Molekulargeschwindigkeit ausdrücken. Für  $\bar{v} = 0$  erhält man die aus der gewöhnlichen Theorie der Dispersion bekannten Formeln:

$$(24) \quad \begin{cases} \nu^2 - \kappa^2 = 1 + a_1 = 1 + \frac{\epsilon^2 M}{\mu} \cdot \frac{n_0^2 - n^2}{(n_0^2 - n^2)^3 + 4k^2 n^2}, \\ 2\nu\kappa = b_1 = \frac{\epsilon^2 M}{\mu} \cdot \frac{2kn}{(n_0^2 - n^2)^3 + 4k^2 n^2}. \end{cases}$$

Die Molekulargeschwindigkeit liefert also das Zusatzglied mit  $\bar{v}^2/c^2$  { }. — Wir wollen uns in der Abhandlung nur auf die Dispersion beschränken.

Bekanntlich ist:

$$\bar{v}^2 = \frac{3RT}{m},$$

wobei  $R$  die Gaskonstante,  $T$  die absolute Temperatur,  $m$  das Molekulargewicht ist.

*Der von der Molekularbewegung ausgeübte Einfluß ist also proportional mit der absoluten Temperatur.*

Um nun zu sehen, wie groß der prozentuelle Einfluß der Molekulargeschwindigkeit auf den Brechungsindex ist, wollen wir zunächst den Fall nehmen, daß  $k$  (Reibungskoeffizient) gleich Null gesetzt werden darf. Dann ist die Formel (23) sehr einfach, es wird:

$$(25) \quad \nu = 1 + a_1 + \frac{\bar{v}^2}{c^2} \{a_2 + a_3 + a_1 a_2 + a_1 a_3\},$$

wobei aber:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\epsilon^2 M}{\mu} \cdot \frac{n_0^2 - n^2}{(n_0^2 - n^2)^3}, \\ a_2 &= \frac{\epsilon^2 M}{\mu} \cdot \frac{n^2 (n_0^2 - n^2)^2}{(n_0^2 - n^2)^4}, \\ a_3 &= \frac{4\epsilon^2 M}{3\mu} \cdot \frac{n^4 (n_0^2 - n^2)^3}{(n_0^2 - n^2)^6} \end{aligned}$$

sind.

Bildet man das Verhältnis der in der Klammer { } von (25) stehenden Glieder zu  $a_1$ , so erhält man das Resultat, daß der prozentuelle Einfluß der Molekularbewegung mit der Dichte des Gases zunimmt.

Ferner sieht man, daß der von der Molekularbewegung stammende Effekt desto größer ist, je weniger die Schwingungszahl der erregenden Welle von der Eigenschwingung der Elektronen entfernt ist.

In der unmittelbaren Nähe der Eigenschwingung der Elektronen, in der Umgebung, wo  $n_0 - n$  weniger als 3 Ångström beträgt, kann die Formel (23) in Vergleich mit (24) verhältnismäßig beträchtliche Unterschiede je nach der Natur des Gases geben.

Es wäre vom theoretischen Standpunkte interessant, auch in den Fällen eine genaue Diskussion durchzuführen, bei welchen  $k$  nicht vernachlässigt werden darf. Zu dem Zwecke müßte man aber nähere Kenntnis von dem Wesen der Absorption ( $k$ ) haben, was ja überhaupt zu den schwierigsten, aber auch lohnendsten Problemen der Spektralanalyse gehört.

In der Gleichung (1) haben wir zur Vereinfachung der Schreibweise die elektrische Kraft, welche auf ein einzelnes Elektron wirkend, es zu Schwingungen anregt, gleich  $\varepsilon \mathcal{E}'$  gesetzt. Streng genommen ist die auf das Elektron ausgeübte ponderomotorische Kraft:

$$\varepsilon(\mathcal{E}' + \omega p'),$$

wobei

$$\omega = 4\pi\left(\frac{1}{3} + s\right)$$

ist. Für Gase ist es gestattet mit Planck die Konstante  $s$  gleich Null zu setzen. Es ist natürlich nicht schwer, die strenge Dispersionsformel hinzuschreiben, welche man erhält, wenn das Glied  $\omega p'$  berücksichtigt wird. In sehr vielen Fällen führt aber sicherlich die Annahme  $\omega = 0$  zu Resultaten, die mit der Erfahrung übereinstimmen. (Vgl. z. B. L. Natanson: Bulletin Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie, 1907.) —

(Eingegangen 17. Oktober 1908.)

**7. Molekulare Dimensionen  
auf Grund der kinetischen Gastheorie;  
von Max Reinganum.**

Vor kurzem hat Hr. Sirk<sup>1)</sup> eine interessante Zusammenstellung von Berechnungen molekularer Dimensionen mitgeteilt, die jedoch nicht in allen Teilen unwidersprochen bleiben kann.

Zunächst vom Standpunkt des experimentellen Materials. Gegen die zugrunde gelegten Daten der mittleren Weglänge der ersten Hälfte seiner Tabelle p. 898, von Helium bis Schwefeldioxyd, ist zwar ein Einwand nicht zu erheben. Dagegen beruhen die Weglängen der zweiten Hälfte dieser Tabelle von Äthylchlorid bis Propyljodid auf bekanntlich unsicheren Reibungsbestimmungen von Lothar Meyer und seinen Schülern.<sup>2)</sup> Dieselben sind mit einem Apparat vorgenommen, der, wie sich später zeigte, für Dämpfe viel zu große, und zwar bis etwa 50 Proz. zu große Reibungskoeffizienten ergab. Der Grund der Abweichungen ist allerdings trotz der Bemühungen von Schumann<sup>3)</sup> nicht völlig aufgeklärt worden. Vermutlich beruht er darin, daß in der Kapillare gesättigter Dampf isotherm, jedoch in Wirklichkeit ohne genügende Wärmezufuhr, sich bis auf sehr geringen Druck ausdehnen mußte, wobei infolge Kondensation der Druckverlauf nicht dem von der Theorie vorausgesetzten entsprach. An der Tatsache, daß die Reibungskoeffizienten zu groß sind, ist nach den von Schumann nach der Schwingungsmethode durchgeführten Bestimmungen und nach neueren Ergebnissen, wie ich gleich zeigen werde, nicht zu zweifeln. Es liegen nämlich Beobachtungen ebenfalls nach der Tran-

1) H. Sirk, Zur Berechnung der molekularen Dimensionen. *Ann. d. Phys.* 25. p. 894. 1908.

2) Vgl. die von Hrn. Sirk benutzte Literatur l. c. p. 895.

3) O. Schumann, Über die Reibungskonstante von Gasen und Dämpfen und ihre Abhängigkeit von der Temperatur. *Wied. Ann.* 23. p. 353. 1884; 27. p. 91. 1886.



spirationsmethode von F. M. Pedersen vor<sup>1)</sup>, welche von dem erwähnten Bedenken frei sind und die wesentlich kleinere Werte für den Reibungskoeffizienten ergeben. Direkt vergleichbar mit den Daten der L. Meyerschen Transpirationsmethode ist zwar nur Äthylalkohol. Steudel fand mit dem Apparat von Lothar Meyer bei 78,4° C. 0,000142.<sup>2)</sup> Hr. Pedersen fand für den überhitzten Dampf bei 100° C. den Reibungskoeffizienten 0,0001088. Da die Reibung der Dämpfe ungefähr proportional der 1,5ten Potenz der absoluten Temperatur ansteigt, so würde aus der Zahl von Steudel für 100° C. 0,0001544 folgen. Diese Zahl ist gegen Pedersen um 42 Proz. zu groß, was auch ganz dem Unterschied der Werte nach den Schumannschen Schwingungsbeobachtungen<sup>3)</sup> und den Durchströmungsversuchen nach L. Meyer entspricht.

*Ein Unterschied von 50 Proz. ist nun für die Zusammenstellung von Hrn. Sirk (p. 898 l. c.) deshalb sehr wichtig, weil die Reibungskoeffizienten (die damit proportionalen Weglängen) auf die dritte Potenz erhoben sind. Die Zahlen unter A, B, C dieser Tabelle sind daher für diejenigen Dämpfe, bei welchen der Fehler 50 Proz. erreichen kann, im Verhältnis  $(3/2)^3 = 3,38$  zu groß, ein für diese molekularen Berechnungen bedeutend zu großer experimenteller Fehler.*

Daher zeigen auch die Zahlen unter B und C p. 898 l. c. bei richtigem Beobachtungsmaterial die von Hrn. Sirk bei der Kolumne A gefundene Abnahme mit höherer kritischer Temperatur. *Die Kolumne A zeigt also noch viel ausgeprägter, als Hr. Sirk fand, die Abnahme mit wachsender kritischer Temperatur.*

Wir kommen nun zum theoretischen Einwand gegen die von Hrn. Sirk zugrunde gelegten Gleichungen, d. h. wir werden zeigen, daß die Abnahme der unter A stehenden Zahlen an sich nicht im Widerspruch zum Gesetz der übereinstimmenden Zustände steht, wie er ausspricht, sondern in einer Unvollkommenheit der benutzten Theorie beruht, während eine Theorie des Verfassers vorliegt, welche diesen Widerspruch nicht ergibt, und die Hr. Sirk hätte berücksichtigen müssen. Hr. Sirk legt nämlich die Gleichungen der alten Clausiusschen Anschauung

1) F. M. Pedersen, Phys. Rev. 25. p. 225. 1907.

2) Vgl. F. M. Pedersen, l. c. p. 248.

3) Vgl. l. c. Tabelle p. 899.

zugrunde, nach der die Moleküle als elastische Kugel vorausgesetzt werden, die weiter keine Kräfte aufeinander ausüben. Wir legen dagegen Gleichungen zugrunde, die dem Fall entsprechen, daß die Kugeln außer den elastischen Stoßkräften in größerer Entfernung *Anziehungskräfte* aufeinander ausüben.

Unsere Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \eta = \frac{1}{3} \varrho u L, \\ (2) \quad & 12 x = \frac{\varrho}{\varrho_c}, \\ (3) \quad & L = \frac{1}{\sqrt{2} \pi N \sigma^2 e^{\frac{c'}{T}}}, \\ (4) \quad & x = \frac{N \pi \sigma^3}{6}. \end{aligned}$$

Sie unterscheiden sich von den Sirkschen Gleichungen nur durch das dort fehlende Glied  $e^{c'/T}$  in Gleichung (3). Über die Herleitung verweise ich auf „Über Molekularkräfte und elektrische Ladungen der Moleküle“ p. 337—347.<sup>1)</sup> Die Buchstaben der Gleichungen (1) bis (4) bedeuten:

- $\eta$  Koeffizient der inneren Reibung,
- $\varrho$  Gasdichte,
- $N$  zugehörige Absolutzahl der Moleküle in der Volumeinheit,
- $x$  zugehörige Raumerfüllung pro Volumeinheit,
- $\varrho_c$  kritische Dichte,
- $u$  Wurzel aus dem mittleren Quadrat der Molekulargeschwindigkeit,
- $L$  mittlere Weglänge,
- $\sigma$  Molekulardurchmesser,
- $T$  absolute Temperatur,
- $c'$  eine Konstante, die mit dem Potential der Anziehungskräfte bei der Berührung der Kugeln in der in meiner Arbeit p. 338—340 auseinander gesetzten Weise zusammenhängt.

Gleichungen (1) und (2) dienen zur Ableitung von  $L$  und  $x$  aus dem Beobachtungsmaterial; Gleichungen (3) und (4) ergeben dann durch Kombination:

$$(5) \quad L^3 x^2 e^{\frac{3c'}{T}} = \frac{1}{320 N}$$

(genauer 319,9 im Nenner statt 320). Dieser Ausdruck sollte für gleichen Druck und gleiche Temperatur wegen der Be-

1) M. Reinganum, Ann. d. Phys. 10. p. 394. 1908.

deutung der rechten Seite für alle Gase eine Konstante sein, insbesondere soll für  $0^\circ \text{C.}$  und 760 mm Quecksilberdruck für  $N$  die „Loschmidtsche Zahl“ sich ergeben. Aus dem Gleichungssystem von Hrn. Sirk folgt dagegen, wie leicht ersichtlich, daß konstant sein müßte:

$$(6) \quad L^3 x^2 = \frac{1}{320 N},$$

ein Ausdruck der, wie er selbst fand, durchaus nicht unabhängig vom Gas ist, sondern mit wachsender kritischer Temperatur abnimmt. Die Erklärung ist folgende: Wie schon früher gezeigt<sup>1)</sup>, sind die  $c'$  um so größer, je höher die kritische Temperatur ist. Es folgt hieraus unmittelbar, da  $T$  in der Zusammenstellung von Hrn. Sirk überall gleich und zwar 273 ist, daß die linke Seite von (5) jedenfalls besser konstant sein muß, als die von (6). Daß auch quantitativ durch die Gleichung (5) in hinreichender Weise Konstanz der Loschmidtschen Zahl erzielt wird, geht aus der folgenden Berechnung hervor. Wir benutzen hierzu die Werte von  $c'$ , die ich in meinen beiden früheren Arbeiten<sup>2)</sup> hierüber berechnet habe. Die Daten der in der zweiten Anmerkung zuerst zitierten Arbeit benutze ich nur dort, wo Berechnungen in beiden Abhandlungen nicht vorhanden sind. Für das Produkt  $L^3 x^2$  in (5) verwende ich die Werte von Hrn. Sirk. Natürlich kann unsere Tabelle nur eine kleinere Zahl von Gasen umfassen als jene, da nicht für alle Gase die Temperaturkoeffizienten der Reibung bekannt sind, aus denen die  $c'$  berechnet werden, und die  $L^3 x^2$  der Dämpfe nicht zu verwenden sind.

Gas	$c'$	$A$	$A e^{\frac{3c'}{273}}$	$T_c$	$\frac{c'}{T_c}$	$\frac{c'}{\text{zurück-ber.}}$
$\text{H}_2$ . . . . .	59,3	28,2	54,1	38	1,561	20,9
$\text{Ar}$ . . . . .	99,0	11,2	33,2	152	0,651	105,0
$\text{O}_2$ . . . . .	92,8	12,6	34,9	155	0,599	94,3
$\text{C}_2\text{H}_4$ . . . . .	144,5	4,4	21,5	282	0,513	190
$\text{CO}_2$ . . . . .	152,6	6,0	32,1	304	0,501	161,8
$\text{CH}_3\text{Cl}$ . . . . .	210,0	3,7	37,2	415	0,506	205,8

1) Zuerst in meiner Dissertation: Theorie und Aufstellung einer Zustandsgleichung, Göttingen 1899, p. 117 an der Theorie von Sutherland.

2) Über die Theorie der Zustandsgleichung und der inneren Reibung der Gase. Physik. Zeitschr. 2. p. 241. 1900—1901; Ann. d. Phys. 10. l. c.

In dieser Tabelle hat  $A$  dieselbe Bedeutung wie bei Hrn. Sirk,  $T_c$  bezeichnet die absolut gemessene kritische Temperatur. Die Bedeutung der letzten Vertikalreihe wird nachher erörtert.

Es zeigt sich: Die Kolumne  $Ae^{\frac{3a'}{273}}$  ist bis auf die in den Versuchsdaten liegenden beträchtlichen Schwankungen ungleich besser konstant als die Kolumne  $A$ . Der systematische Gang der „Loschmidtschen Zahl“ fällt in jener Reihe innerhalb der Versuchsfehler ganz fort. Höchstens bei Wasserstoff könnte die Abweichung reelle Bedeutung haben.

Auch ohne unsere Theorie kann man übrigens leicht sehen, daß die Anwendung der Gleichungen von Clausius bei Hrn. Sirk nicht erlaubt ist. Wie bekannt, liefert diese Vorstellung (fehlende Anziehungskräfte) Molekulardurchmesser bzw. Querschnittssummen der Moleküle, die mit der Temperatur abnehmen. Es ist nun nicht gerechtfertigt, die Raumerfüllung  $x$  zwar für übereinstimmende Temperaturen zu nehmen, nämlich die kritische Temperatur, dagegen die Querschnittssummen (Reibungskoeffizienten) nicht auf übereinstimmende Temperatur zu beziehen, sondern sämtlich auf  $0^\circ \text{C}$ . Diesen Fehler hat schon Lothar Meyer in bewußter Weise vermieden, wie aus mehreren Stellen seiner Arbeiten hervorgeht<sup>1)</sup>, indem er beide Größen, Reibung und Molekularvolumen (das bei ihm an die Stelle des  $x$  tritt) aus diesem Grunde auf den normalen Siedepunkt bezog und sogar Bestimmungen aller Größen bei der kritischen Temperatur in Erwägung zog. Die 7. Kolumne unserer Tabelle enthält  $c'$ -Werte, die aus dem Mittelwert 35,5 der 4. Reihe und den einzelnen  $A$  zurückgerechnet sind. Wie man sieht, stimmen sie soweit mit den  $c'$  der ersten Reihe überein, daß man die Temperaturkoeffizienten der Reibung recht gut mit ihnen darstellen kann, da zu diesem Zweck  $c'$ , wie man schon von der Sutherlandschen Theorie her weiß, in ziemlich weiten Grenzen schwanken kann. Bei Wasserstoff, für den die Zurückrechnung die größte Abweichung ergibt, spielt  $e^{c'/T}$  in (3) nur die Rolle eines sehr geringen Korrektionsgliedes. Wir können daher aus der Veränderlichkeit der  $A$ -Werte der Sirk'schen Tabelle mit der

1) Lothar Meyer, Wied. Ann. 7. p. 497. 1881. Insbesondere p. 594. — Ferner Wied. Ann. 16. p. 394. 1882 auf p. 398.

*kritischen Temperatur direkt die Temperaturkoeffizienten der inneren Reibung mit ziemlicher Genauigkeit bestimmen.*

Daß auch unsere Methode keine absolut konstante Loschmidtsche Zahl ergeben wird, sondern ein geringer Gang übrig bleiben wird, geht aus folgendem hervor. Angenommen, die Funktion  $e^{c'/T}$  in (3) stelle den Anschluß an die Erfahrung absolut genau her, so gehorcht der Reibungskoeffizient nur dann dem Gesetz der korrespondierenden Zustände, wenn  $c'$  proportional der kritischen Temperatur ist.<sup>1)</sup>  $c'$  ist nun zwar um so größer, je höher die kritische Temperatur ist, aber nach Reihe 6 ist es nicht dieser proportional, sondern zeigt einen regelmäßigen Gang, indem das Verhältnis zu  $T_c$  für Wasserstoff am größten ist. *Demgemäß gilt nicht streng das Gesetz der korrespondierenden Zustände für die Molekularkräfte der Gase der Tabelle*, folglich dann auch nicht die zugrunde gelegte Berechnungsweise von  $x$ , und die Abweichung, die sich bei Wasserstoff in der 4. Reihe zeigt, dürfte daher in der Tat von der Abweichung vom Gesetz der übereinstimmenden Zustände herrühren. Diese verhältnismäßig geringe Abweichung, erkläre ich daher, wie Hr. Sirk die großen Abweichungen seiner Reihe, als verursacht durch die ungenaue Erfüllung des Gesetzes der korrespondierenden Zustände, und der Gang von  $c'/T_c$  steht in Analogie mit der Abweichung von der Troutonschen Regel.

Was den Mittelwert von  $10^{20}/320 N$  betrifft, so erhalten wir aus der 4. Reihe 35,5. *Diese Zahl ist viel größer, als aus den elektrischen und Strahlungserscheinungen folgt* (vgl. die Zusammenstellung bei Hrn. Sirk p. 903—904), *indem z. B. aus letzteren sich 6,2 ergibt.*

Dieser Widerspruch erklärt sich völlig durch die große Unsicherheit der Zahlenfaktoren der Gleichungen (1) und (2).

1) Daß man auch auf innere Reibung, wie auf jede andere mechanische Eigenschaft der Flüssigkeiten und Gase, das Gesetz der übereinstimmenden Zustände wenigstens als Theorem übertragen kann, geht aus der bekannten Untersuchung von J. H. Kamerlingh Onnes über die Anwendung des Prinzips der mechanischen Ähnlichkeit hervor. Verh. d. Akad. d. Wissensch. Amsterdam 1881; Arch. Néerl. 30. p. 101. 1897. Über die mechanische Seite des Prinzips, auch Satz der geometrischen Verwandtschaften genannt, vgl. z. B. Budde, Mechanik I, p. 416. Berlin 1890.

Der Faktor  $1/3$  in (1) beruht auf der ganz unvollkommenen Theorie, die von Boltzmann, p. 80 ff. seiner Gastheorie I. dargestellt und als solche charakterisiert ist. Die strenge Theorie, analog der nur für die 5. Potenz der Abstoßung vorhandenen liegt nicht einmal für rein elastische Kugeln vor und bedarf dringend der Durchführung. Es ist durchaus zweifelhaft, ob sich der Faktor  $1/3$  ergeben wird. Nur für die Diffusion liegen für eine genaue Theorie schon Vorarbeiten von Hrn. Langevin vor.<sup>1)</sup> Mit der Verfolgung dieser Theorie, die übrigens noch nicht ganz einwandfrei ist, nach der gas-theoretischen Seite, ist zur Zeit ein Doktorand bei mir beschäftigt.

Der Faktor  $1/12$  ferner in Gleichung (2) beruht auf der Annahme der exakten Gültigkeit der Gleichung von van der Waals, die bekanntlich beim kritischen Punkt ganz ungenau wird. Also ist auch dieser Faktor höchst unsicher. Übrigens benutzt Hr. Sirk denselben in Wirklichkeit nicht, sondern verwendet für  $x$  Tabellen nach Guye<sup>2)</sup>, dessen Berechnungsweise aber durchaus nicht theoretisch begründet ist. Hier-nach beträgt der Faktor statt  $1/12$  im Mittel ungefähr  $1/8,61$ . Dieser Faktor dürfte aber doch richtiger sein wie  $1/12$ , er befindet sich jedenfalls in besserer Übereinstimmung mit dem aus neueren Überlegungen vom Verfasser<sup>3)</sup>, sowie Hrn. Happel<sup>4)</sup> abgeleiteten Wert. Bezeichnen wir den in (1) rechtsseitig anzubringenden noch unbekannten Korrektionsfaktor mit  $k_1$ , den in (2) linksseitig anzubringenden mit  $k_2$ , so können wir, wenn wir den Wert 6,2 aus der Strahlung für Reihe 4 als den richtigen ansehen, aus dem Vergleich mit unserem Mittelwert 35,5 nur sagen, daß  $k_1^3 \cdot k_2^2$  etwa 2,9 betragen wird.

Man könnte nun versucht sein, die Anziehungskräfte wegzulassen und einmal wirkliche Abnahme des Molekulardurchmessers mit wachsender Temperatur anzunehmen, wie das in der ersten Zeit von O. E. Meyer versucht wurde, aber in der zweiten Auflage seines Buches zugunsten der Theorie von

1) P. Langevin, Une formule fondamentale de la théorie cinétique. Ann. chim. phys. [8] 5. p. 245. 1905.

2) Vgl. auch Ph. A. Guye u. L. Friderich, Phys. Zeitschr. 1. p. 606. 1899—1900.

3) Nach meiner Dissertation p. 118 folgt  $1/6,9$ .

4) Nach H. Happel, Ann. d. Phys. 21. 1906 Tab. p. 362 folgt  $1/7,12$ .

Sutherland fallen gelassen wurde. Den jetzt mit der Temperatur veränderlichen Molekulardurchmesser wollen wir mit  $s$  bezeichnen, und seinen Wert bei der kritischen Temperatur mit  $s_c$ . Dann haben wir in Gleichung (3) an Stelle von  $\sigma^2 e^{c'/T}$  zu schreiben  $s^2$ , und in (4)  $s_c^2$  an Stelle von  $\sigma^2$ . Es ist also

$$s^2 = s_c^2 \cdot e^{\frac{c'}{T} - \frac{c'}{T_c}}$$

und durch Einsetzen in die geänderte Gleichung (3) für  $0^\circ \text{C}$ .

$$L = \frac{e^{\frac{c'}{T_c}}}{\sqrt{2} \pi N s_c^2 e^{\frac{c'}{273}}}$$

Kombination mit der nach obigem geänderten Gleichung (4) ergibt

$$(7) \quad \frac{L^3 x^2 e^{\frac{3c'}{273}}}{e^{\frac{c'}{T_c}}} = \frac{1}{320 \cdot N},$$

was sich von (5) durch das Vorhandensein des Nenners links unterscheidet. Wenn  $c'$  proportional  $T_c$  wäre, so würde unser Ausdruck (5) einfach durch eine Konstante dividiert sein und so vielleicht bessere Übereinstimmung mit dem numerischen Wert  $6,2 \cdot 10^{20}$  der Strahlungstheorie geben, wenn auch nach dem, was oben über die Zahlenfaktoren gesagt ist, hierauf kein zu großer Wert zu legen wäre. In Wirklichkeit erreicht man aber durch die Gleichung (7) jene Übereinstimmung gar nicht, es macht sich der Mangel der Proportionalität von  $c$  und  $T_c$  zu sehr bemerkbar, da  $3c' > T_c$  und der Quotient dieser Größen im Exponenten steht. Es zeigt sich ein steigender Gang der Größe (7), der noch stärker ist als die Abnahme der Größe  $A$  bei Hrn. Sirk. Die Zahlenwerte für (7) für die Gase von Wasserstoff bis Methylchlorid in der bisherigen Reihenfolge sind nämlich: 0,501, 4,704, 5,790, 4,622, 7,120, 8,149. Somit zeigt sich die Anschauung: elastische Kugeln mit Anziehungskräften in größerer Entfernung als bei Berührung, wenn es dazu noch dieses Beweises bedarf, als weitaus am besten begründet.

Immerhin könnte es sein, daß an Stelle der elastischen Abstoßung ein Abstoßungsgesetz nach einer sehr hohen Potenz



der Entfernung tritt, dann aber einer viel höheren als der (von Maxwell eingeführten) 5. Potenz der Entfernung, wozu in größerer Entfernung die Anziehungskräfte hinzukommen müssen. Ist  $n$  diese Potenz, so wird mit Benutzung der Entwicklungen von

Langevin für die Diffusion die Reibung proportional  $\frac{T^{1/2} + 2a}{e'/T}$

und man kann nun  $n$  für alle Gase so wählen, daß  $c'$  für alle Gase angenähert proportional der kritischen Temperatur wird.<sup>1)</sup> Auf solche Abstoßungskräfte, die nur bei Gasen mit schwachen molekularen Anziehungskräften bemerkbar werden, weisen nämlich die Amagatschen Druckvolumenbestimmungen von Wasserstoff hin. Aus denselben folgt thermodynamisch für die höchsten Drucke, nach Abzug der äußeren Arbeit, eine negative Ausdehnungswärme, und eine solche ist wohl nur durch das Vorhandensein von Abstoßungskräften zu erklären. Da die Konstante der Abstoßungsfunktion nicht proportional der Anziehungskonstanten der betreffenden Molekulgattung sein muß, so folgt für jede Molekulart ein individuelles *Gesamtkraftgesetz*, und damit eine Abweichung vom Gesetz der korrespondierenden Zustände in der Reihenfolge der  $c'/T_c$ .

Zum Schlusse gebe ich noch folgende historische Bemerkung. Eine Theorie der Anziehungskräfte hat zuerst W. Sutherland ausgeführt, die dem Verfasser bei der ersten Beschäftigung mit dem Gegenstand noch unbekannt war. Der Gedanke ist jedoch, wie ich kürzlich fand, völlig klar schon von Lothar Meyer ausgesprochen, was aber selbst Hr. O. E. Meyer in der Besprechung der Sutherlandschen Theorie in seinem Buche übersehen hat. Lothar Meyer sei im folgenden zitiert<sup>2)</sup>: „Je höher die Temperatur, also je größer die Geschwindigkeit der geradlinig fortschreitenden Bewegung ist, desto näher können die Teilchen aneinander vorbeifliegen ohne zusammen zu stoßen und, wenn auch nur einen Augenblick, aneinander zu haften. Das scheint mir, wenigstens für den Dampfzustand, eine der hauptsächlichsten Ursachen zu sein, warum die Reibung mit steigender Temperatur

1) Zu diesem Zweck muß  $n$  ungefähr gleich 18 gewählt werden.  $c'/T_c$  wird dann allgemein 0,35.

2) Lothar Meyer, Wied. Ann. 7. p. 535. 1879.



so rasch zunimmt. Daneben wirken aber auch die Ursachen im gleichen Sinne, welche Stefan und mein Bruder a. d. p. 533 l. c. besprochen hat.“ Später bemerkt er allerdings mit etwas mehr Vorsicht<sup>1)</sup>: *Wenn nicht die Annahme einer durch den leeren Raum hindurch wirkenden Anziehung Bedenken erregte*, so könnte man wohl auch annehmen, die Molekularattraktion sich geltend mache, durch den aber ein Teilchen um so leichter und um so näher dem Mittelpunkt hindurch eilen kann, ohne in seiner Bewegung gehemmt zu werden, je größer seine Geschwindigkeit ist.“

Das von L. Meyer geäußerte Bedenken einer un-  
vermittelten Fernwirkung, das angesichts der praktischen Nützlichkeit des Newtonschen Gravitationsgesetzes wohl nicht so bedeutend ist, fällt übrigens fort durch die von mir ausgebildete elektrostatische Vorstellung der Molekularkräfte (l. c. und Physik. Zeitschr. l. c.), nebenbei bemerkt wohl der ersten derartigen Theorie, aus der quantitative Folgerungen gezogen werden konnten.

Auf die nähere Diskussion der Reihen *B* und *C* der Zusammenstellung von Hrn. Sirk gehe ich deshalb nicht ein, weil die zugrunde gelegte ältere Clausius-Mosottische Vorstellung der Dielektrika zurzeit viel besser durch die neuere Lorentz-Drudesche der eingelagerten Elektronen ersetzt wird, und nach dieser eine unmittelbare Beziehung zur Raumerfüllung, die bei Hrn. Sirk vorausgesetzt ist, nicht besteht, eher noch eine solche zur molekularen Anziehungskonstanten, gerade wegen der elektrostatischen Anziehungstheorie, zu erwarten ist.

Freiburg i. Br., 28. Oktober 1908.

(Eingegangen 2. November 1908.)

#### Nachtrag während der Korrektur.

Von den Dämpfen der Sirkschen Tabelle sind die Reibungskoeffizienten von  $i$ .  $C_4H_7O_2(CH_3)$ ,  $C_3H_5O_2(C_2H_5)$  und  $(C_2H_3O_2)_3C_3H_7$  von Hrn. O. Schumann nach der Dämpfungsmethode in seiner

1) Lothar Meyer, Wied. Ann. 16. p. 397. 1882.

genannten Arbeit bestimmt worden, seine Werte verdienen von den älteren Bestimmungen das meiste Vertrauen. Nur die Temperaturkoeffizienten dürften zu groß sein, denn für Luft ist das bei ihm sicher der Fall, wie der Vergleich mit anderen sicheren Daten lehrt. Folgende Tabelle berechnete ich nach Schumann mit Beibehaltung der  $x$ -Werte von Hrn. Sirk:

	$A$	$A e^{\frac{3c'}{273}}$	$c'$	$c'_{\text{korr.}}$	$A e^{\frac{3c'}{273}_{\text{korr.}}}$	$T_c$	$\frac{c'_{\text{korr.}}}{T_c}$
i. $C_4H_5O_2(CH_3)$	2,08	67,5	317	234	27,2	541	0,433
$C_3H_5O_2(C_2H_5)$	2,34	80,3	322	339	32,3	546	0,438
$(C_2H_5O_2)C_2H_7$	2,11	73,6	323	240	29,5	549	0,437

Die Werte von  $A$  sind in der Tat wie oben bemerkt, dreibis viermal kleiner als bei Hrn. Sirk. Die Werte von  $A e^{\frac{3c'}{273}}$  in der 3. Reihe sind dagegen noch größer als wir bei Wasserstoff fanden. Dies liegt zweifellos an den zu großen Temperaturkoeffizienten. Bringen wir an allen  $c'$  den Abzug 83 an, der sich für Luft notwendig erweist, um Übereinstimmung von Schumanns Beobachtungen mit denen von Breitenbach und anderen zu erzielen, so resultiert die 6. Kolumne, die sich gut in unsere früheren Werte einfügt. Ebenso hat  $c'/T_c$  in der letzten Reihe den nach den obigen Überlegungen zu erwartenden Wert.

Bei den Versuchen von F. M. Pedersen fehlen leider Beobachtungen bei verschiedenen Temperaturen, doch sind solche ebenfalls nach der Kapillarenmethode hier in Gange.

(Eingegangen 21. November 1908.)

8. *Über den Einfluß der Röntgenstrahlen auf das Einsetzen der Glimmentladung*<sup>1)</sup>;  
 von *Erich Marx*.

I. Einleitung.

In meiner Abhandlung über die Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen zeigte ich, daß der dort beschriebene Nullapparat im wesentlichen dadurch charakterisiert ist, daß im Falle eines von den Röntgenstrahlen negativ angetroffenen Potentials der schwingenden Elektrode von dem der Elektrode gegenüber befindlichen Elektrometer starke negative Ladungen angezeigt werden, während im Falle des Antreffens eines positiven Potentials die Elektrometerrausschläge eine schwache positive Ladung anzeigten. Während diese schwachen Ausschläge aus der durch die Röntgenstrahlen hervorgerufenen Ionisation verständlich waren, reichte diese Erklärung für das Auftreten der starken negativen Ausschläge nicht aus. Die Größenordnung dieser Ausschläge war nur verständlich<sup>2)</sup>, wenn man annahm, daß sie durch die Feldenergie der bestrahlten Elektrode bedingt sei, was sich auch dadurch offenbarte, daß die stärksten Ausschläge von einem, im Dunkeln wahrnehmbaren Leuchten des Gases begleitet waren. Das Charakteristikum der Versuchsanordnung bestand also darin, daß nur bei negativ angetroffener Elektrode eine wirkliche Feldentladung der Elektrode eintrat, bei positiver nicht. Das polare Einsetzen der selbständigen Entladung wurde von mir dadurch zu erklären versucht, daß die am Pt freiwerdenden, langsamen Elektronen den Potentialfall in bekannter Weise (vgl. nächstes Kap.) derart beeinflussen, daß die Bedingungen für das Einsetzen der Glimmentladung eintreten mußten. Dieses Einsetzen mußte hiernach ausbleiben, wenn die Kathode keine

1) Abdruck aus den Ber. d. k. Sächs. Ges. d. Wissensch. 60. p. 248. (mit einigen Zusätzen und Ergänzungen).

2) E. Marx, Physik. Zeitschr. 6. p. 772. 1905; Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 10. p. 157. 1908.

hinreichend langsame Kathodenstrahlung in genügender Menge abgab. Dies ist bei Al der Fall; am Al-Fenster entstehen, auch wenn es Kathode ist, langsame Kathodenstrahlen höchstens in ganz verschwindender Anzahl<sup>1)</sup>; es werden dort im wesentlichen nur Strahlen von großer Geschwindigkeit (Braggs Emergence-Radiation) frei, und zwar von dieser beträchtlich mehr an der Austrittsseite der Röntgenstrahlen, also am Al-Fenster, als beim Auftreffen auf die Elektrode.<sup>2)</sup>

In vorliegender Arbeit sollen die Verhältnisse, welche im Nullapparat der Geschwindigkeitsmessung dieses polare Einsetzen der Glimmentladung bedingen, gesondert untersucht werden. Dies erschien um so wünschenswerter, als in den bisherigen Versuchen, wie Hr. W. Wien so freundlich war, mir brieflich mitzuteilen, ein experimenteller Nachweis für ein derartiges Verhalten der Glimmentladung nicht enthalten ist. Es existiert nämlich in der Tat von quantitativen Untersuchungen über den Einfluß der Röntgenstrahlen auf die Glimmentladung, soweit ich feststellen konnte, nur eine Würzburger Dissertation von Herweg.<sup>3)</sup> In dieser ist aber der Einfluß der Röntgenstrahlen nur für den Fall untersucht, daß weder die Elektroden noch die Glaswand des Entladungsgefäßes, soweit sie von Einfluß sein kann, von den Strahlen getroffen werden.

## II. Die Ausbildung der Glimmentladung.

Bevor auf die eigenen Versuche und ihre Diskussion eingegangen wird, erscheint es zur Vereinfachung der Darstellung zweckmäßig, kurz an folgende Vorstellungen zu erinnern<sup>4)</sup>, die sich auf Grund der Ionenhypothesen über das Zustandekommen der Glimmentladung herausgebildet haben: Durch das Anlegen einer höheren Spannung an die Elektroden werden an der Kathode Elektronen frei. Ist das Gefälle von hinreichender Größe, so entsteht in einiger Entfernung von der Kathode infolge von Ionisation durch Stoß ein Gebiet größerer Leitfähigkeit. Die in diesem Bereich freiwerdenden positiven Ionen werden von der Kathode angezogen und erzeugen

1) W. Wien, Gött. Nachr. 1908.

2) W. H. Bragg, Trans. of the Royal Soc. of South Australia 32. 1908.

3) J. Herweg, Ann. d. Phys. 19. p. 333. 1906.

4) Vgl. J. J. Thomson, Elektr. Durchg. in Gasen p. 506. 1906.

dort beim Auftreffen neue Elektronen, die ihrerseits wieder in einiger Entfernung von der Kathode die Leitfähigkeit erhöhen. Auf diese Weise nimmt der Potentialfall in einiger Entfernung von der Elektrode stark ab, und infolgedessen, da die Spannung an den Elektroden konstant ist, an den Elektroden selbst zu. In dem sich einstellenden stationären Zustand ist der Potentialfall im wesentlichen auf die Elektroden beschränkt; die Stellen maximaler Ionenproduktion zeigen die bekannten Leuchterscheinungen. An der Anode ist alsdann freie negative Elektrizität, an der Kathode freie positive Elektrizität im Gasraum vorhanden.

### III. Die Versuchsanordnung.

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 1 schematisch dargestellt. Eine Hochspannungsbatterie von der bekannten Feussner-Bornhäuser-Type von 500 Akkumulatoren führt über einen Amylalkoholwiderstand von etwa 40000 Ohm zur Elektrode des Entladungsgefäßes. Der zweite Batteriepol wird geerdet. Ein Braunschweigsches Elektrometer liegt direkt an der Elektrode. Die Variierung des anzulegenden Potentials erfolgt von der Batterie

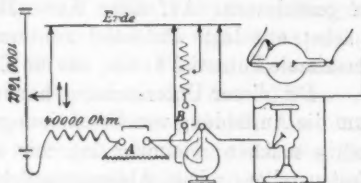


Fig. 1.

aus zunächst durch Kurbelschaltung. Hierbei ist darauf zu achten, daß die Aufladung der Elektrode und des elektrostatischen Voltmeters kontinuierlich und nicht stoßweiße erfolgt, weil es sonst nicht gelingt, größere Spannungen an die Elektrode anzulegen. Bei plötzlichem Einschalten lädt sich bekanntlich die Elektrode oszillatorisch auf, so daß die Momentanwerte der Spannung bis zu dem doppelten Wert des Batteriepotentials steigen können.<sup>1)</sup> Um ein langsames Aufladen zu ermöglichen, leistete mir ein alter Stromschlüssel *A*, dessen Ebonit etwas leitend geworden war, gute Dienste. Diese Leitfähigkeit ist durch Parallelzeichen eines Widerstandes in der Fig. 1 angedeutet. Einige Sekunden nach Einstellungen der Batteriekurbel zeigt das Elektrometer bei offenem Schlüssel *A*

1) E. Warburg, Ann. d. Phys. 5. p. 818. 1901.

annähernd das gleiche Potential wie bei Einschaltung. Um aber aber jede Überspannung beim Einschalten ganz sicher zu vermeiden, dazu diene der zweite Schlüssel *B*. Dieser wird kurz vor Einschaltung von *A* geschlossen. Hierdurch legt man den Batteripol über einen sehr großen variablen Widerstand zur Erde, so daß ein Abfluß erfolgt, der das Potential an der Stelle der Verzweigung etwas heruntersetzt, ohne daß die Spannung des Elektrometers wegen der Größe des Widerstandes *A* so schnell sinkt. Ist *A* dann geschlossen, so kann der Widerstand *B* durch eine Schraube bis zur Ausschaltung kontinuierlich gesteigert werden. (Ich benutzte einen Gummischlauch, der Amylalkohol enthielt, und dessen Querschnitt durch eine Klemme verringert wurde.) Ist dann dieser Widerstand bis zur Ausschaltung vergrößert, so wird *B* geöffnet, und falls keine Entladung erfolgt ist, wird bei offenem *B* erst der Widerstand hinter *B* wieder eingeschaltet, alsdann *A* geöffnet, 100 Volt durch die Kurbel zugeschaltet, dann erst *B* und nachher *A* geschlossen. Auf diese Weise läßt sich sehr einfach das zunächst angelegte Potential kontinuierlich steigern und so das maximale Potential finden, das die Elektrode noch gerade aushält.

Bei dieser Untersuchung handelt es sich im übrigen nicht um die Auffindung von Erscheinungen, die eine feinere Messung nötig machen, vielmehr lag mir nur daran, größere Effekte festzustellen. Die Ablesegenauigkeit am Voltmeter beträgt etwa 10 Volt. Ist die Entladung aus irgend einem Grunde übergegangen, so muß man einige Zeit warten, bevor man wieder Spannung anlegt, weil die Leitfähigkeit des Gases nicht gleich verschwindet; auch kann man sie durch Sättigungspotentiale unterhalb der Entladungspotentiale beseitigen.

Ganz wesentlich ist peinlichste Isolation aller zuführenden Teile (Bernstein), weil ein Abfließen hoher Spannungen über schlechte Leiter leicht zu Gleitfunken Anlaß gibt, und dann aus obigem Grunde ein hohes Potential nicht anlegbar ist. Im allgemeinen kann man als Kriterium dafür, daß man das maximal mögliche Potential angelegt hat, daß also Isolation usw. in Ordnung ist, die Regel nehmen, daß sich alsdann der Elektrode, durch vorsichtiges Anlegen, ein Potential erteilen läßt, das etwa 40 Proz. größer ist als dasjenige, das bei plötzlichem Einschalten der Batterie das Entstehen der Glimmentladung verursacht.

Der Kasten, der das Entladegefäß enthält, ist völlig geschlossen, und hat ein Aluminiumfenster, durch das die Röntgenstrahlen einer Röntgenröhre von 5 cm Schlagweite fallen. An der Vorderfläche des Kastens ist ein Drahtnetz in die Metallwand eingelötet, um beobachten zu können. Die ganze Schaltung ist von einem großen Zinkblech weit überragend überdacht. Der Einfluß der Röntgenstrahlen wird natürlich nur so untersucht, daß erst dann die Zulassung der Röntgenstrahlen vorgenommen wird, wenn es sich zeigt, daß die Einschaltung der Röhre ohne Einfluß ist, solange das Al-Fenster des Kastens mit Blei bedeckt ist.

Evakuiert wurde mit einer Hg-Pumpe, bis zu solchem Druck, daß bei den angegebenen Röhrendimensionen und der verwendeten Spannung die Anode noch positives Licht zeigte, und der erste dunkle Kathodenraum etwa 1—2 cm betrug. Es kommt hierauf nicht genau an. Das Gas selbst muß natürlich trocken sein. Wenn die Röhren längere Zeit stehen oder abgeschmolzen sind, wird das Glimmlicht immer weißlicher und ist nach etwa 8 Tagen völlig weiß. Das Vakuum verändert sich nicht merklich während Wochen. Es ist nicht ausgeschlossen, daß der als Kitt für die Fenster verwendete Marineleim den Gasinhalt verändert und daß das Al-Fenster zum Teil den Sauerstoff in den Luftresten bindet. Ist das Glimmlicht in dieser Weise verändert, so konnte ich die im folgenden beschriebenen Erscheinungen nicht erhalten. Die Intermittenz der Entladung, die nach Capstick<sup>1)</sup> in komplizierten Gasen eintritt, dürfte hiermit in Zusammenhang stehen, indem sie schon im Vorbereitungsstadium des Gases vor dem Eintritt der leuchtenden Entladung in Erscheinung tritt.

Die Al-Fenster bestanden aus Al-Folie von  $\frac{4}{100}$  mm Dicke und waren derartig zwischen zwei Glasringe mit Marineleim gekittet, daß die Al-Folie über den Rand des oberen Ringes herübergebörtelt war und durch eine Klemme Kontakt angebracht werden konnte. Die Fenster hatten ein Lumen von 3,7 cm und waren auf abgeschliffene Flansche, unter Zwischenkittung eines weiteren Glasringes, mit Marineleim so aufgekittet, daß sie gegen das Glas, elektroskopisch geprüft, isolierten. Die Versuche gelingen nur bei völliger Trockenheit des Glases.

1) Capstick, Proc. Roy. Soc. 63. p. 356. 1898.



Ist das Fenster nicht völlig isoliert, so können die freien Ladungen, welche die Polarisationsgebiete bilden, von den Glaswänden über das Fenster abfließen. Eine geringe Leitfähigkeit zwischen Glas und Fenster genügt, um alsdann bedeutend höhere Potentiale an die Elektrode anlegen zu können, als bei völliger Isolation. Man hat deshalb hier das, auf den ersten Blick paradox erscheinende, Verhalten, daß bei geringer Überleitung zum Fenster das Entladungspotential der Glimmentladung viel höhere Werte hat, als bei peinlicher Isolation. Dies wird besonders hervortreten in dem Fall, daß der dunkle Raum, der ja isoliert, am Fenster liegt, während im anderen Fall der Einfluß geringer ist, da ja dann durch das Gas selbst eine Leitung hergestellt ist.

#### IV. Experimente bei nicht bestrahlten Elektroden.

Es kamen zwei Entladungsröhren, die in Figg. 2 und 3 dargestellt sind, zur Verwendung. Als Elektroden dienen die Al-Folien, die in späteren Versuchen als Fenster benutzt werden.

Für die Röhre Fig. 2, bei der weder die Elektroden noch die in Betracht kommende Glaswand von Röntgenstrahlen getroffen wurde, ergab sich folgendes Resultat:

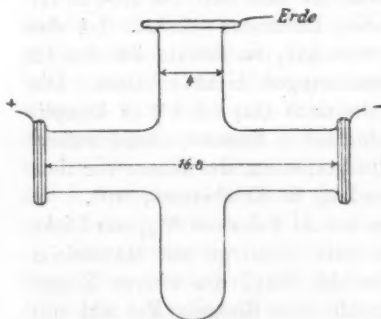


Fig. 2.

Tabelle I.

ohne Röntgenstrahlen	mit Röntgenstrahlen
740	730
730	710
740	710

Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit den Angaben von Herweg. Hr. Herweg fand in einem Gefäß, in welchem die Glaswände nicht getroffen wurden, eine Erniedrigung der Entladespannung von 12–14 Volt bei 2 mm Druck und einer Entladespannung, die ohne Bestrahlung 620 Volt betrug.



Wurde die Röhre Fig. 3 benutzt, so daß die Röntgenstrahlen zwar nicht die Elektroden, wohl aber die Glaswand trafen, so nahm die Erniedrigung der Entladungsspannung beträchtlich zu. Es wurde beobachtet:

Tabelle II.

ohne Röntgenstrahlen	mit Röntgenstrahlen
770	700
760	710
780	710
760	690

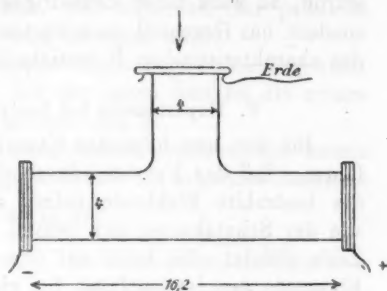


Fig. 3.

Die Erklärung für die Erniedrigung des Entladungspotentials in diesen beiden Versuchen ist nach den oben skizzierten Vorstellungen über das Zustandekommen der Glimmentladung darin zu finden, daß durch die Röntgenbestrahlung die Leitfähigkeit des Gases in einiger Entfernung von den Elektroden so stark erhöht wird, daß an diesen Stellen der Potentialfall beträchtlich abnimmt. Da konstantes Potential an den Elektroden liegt, so muß an diesen, und zwar speziell an der Kathode, auf die es in erster Linie ankommt, das Gefälle steigen. Es wird also durch künstliche, lokale Steigerung der Leitfähigkeit zwischen den Elektroden die Ausbildung derjenigen Feldverteilung, die für das Einsetzen der Glimmentladung wesentlich ist, erleichtert. Da im Falle der Röhre Fig. 3 die Sekundärstrahlung des getroffenen Glases in gleicher Richtung wirkt, so wird der von Herweg beobachtete Effekt in der Fig. 3 noch verstärkt. Wurde die Leitfähigkeit nicht wesentlich zwischen den Elektroden gesteigert, indem die in Fig. 3 abgebildete Röhre so bestrahlt wurde, daß beide Elektroden von Röntgenstrahlen getroffen wurden, so treten ganz andere Verhältnisse auf.

Es sollen diese hier bei diesem Rohr nicht näher erörtert werden, weil hier eine Strömung zwischen Kasten und Fenster und die veränderte Verteilung der elektrischen Kraftlinien Komplikationen bedingt. Es sei nur so viel bemerkt, daß,

wenn die Leitfähigkeit eine relativ gleichmäßige Verstärkung im ganzen Entladungsraum infolge der Bestrahlung erleiden würde, so wäre keine Erniedrigung des Entladungspotentials, sondern das Gegenteil zu erwarten, da alsdann die Ausbildung des charakteristischen Potentialgefälles erschwert würde.

#### V. Experimente bei bestrahlten Elektroden.

Bei den nun folgenden Experimenten wurde stets so verfahren, daß das Fenster, durch das die Röntgenstrahlen auf die bestrahlte Elektrode fielen, auf dem gleichen Potential wie der Schutzkasten sich befand. Es waren stets entweder beide geerdet oder beide auf dem gleichen Potential und die Elektrode geerdet, wodurch bei gleicher Richtung des Gefälles kein Unterschied der Resultate eintrat. In letzterem Falle wurde der Kasten natürlich isoliert aufgestellt. Es sei aber erwähnt, daß außer den in folgendem beschriebenen Versuchen eine große Zahl anderer angestellt wurde, bei denen die Verteilung der elektrischen Kraftlinien bei Vorzeichenwechsel der Elektroden, in Hinsicht auf die Umgebung, speziell auf den elektrostatischen Schutzkasten geändert wurde. Dann

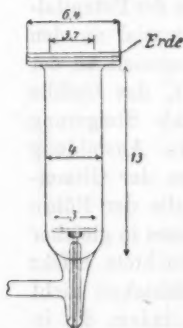


Fig. 4.

treten merkwürdige, wesentlich kompliziertere Verhältnisse auf, auf die ich an dieser Stelle nicht eingehe, um die bereits hier nicht ganz einfach liegenden Verhältnisse nicht noch zu komplizieren. Es wurde bereits nachdrücklich betont, daß hier die örtlichen Ladungen, die sich am Glase bei der Bestrahlung ausbilden, sehr wesentlich beitragen zu dem Zustandekommen der hier beschriebenen Effekte, was ja auch leicht verständlich ist, wenn man bedenkt, daß hier (vgl. weiter unten) die Verteilung der freien Ladungen in der Nähe der Elektroden von aller wesentlichster Bedeutung für die Ausbildung der Glimmentladung ist. Schon ein Erden des Glases in der Nähe der Elektrode kann bei nicht ganz trockenem Glase eine starke Verminderung des weiter unten beschriebenen Effektes bei positiv angetroffener Elektrode zur Folge haben. Das gleiche ist, wie in Kap. III auseinandergesetzt, der Fall, wenn das

Fenster nicht isoliert ist. Hier wurde stets so gearbeitet, daß ein äußeres Feld nicht vorhanden war, daß ferner die Kraftlinienverteilung konstant blieb, und außerdem für peinliche Isolation und Trockenheit Sorge getragen wurde.

Es wurden zwei völlig gleiche Entladungsröhren hergestellt von der Form der Fig. 4. Bei der einen bestand die untere Elektrode aus Al, bei der anderen aus Pt.

Wurde an die Al-Elektrode einmal positives, das zweite Mal negatives Potential gelegt, so erhielt ich folgendes Resultat:

Tabelle III.

Al <sub>(+)</sub> Fenster <sub>Erde</sub>		Al <sub>(-)</sub> Fenster <sub>Erde</sub>	
mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen	mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen
610	600	760	790
600	600	760	780
610	610	750	800

Es war also trotz der Symmetrie der Elektroden in Hinsicht des Materials ein schwacher aber sehr deutlicher Einfluß der Röntgenstrahlen zu beobachten, falls die untere Elektrode negativ getroffen wurde. Die Erklärung liegt, wie ich denke, zum Teil in den oben erwähnten Versuchen von Bragg und noch mehr in der durch die Konfiguration der Röhre zu den Elektroden bedingten Unsymmetrie der Bestrahlung; wir kommen später darauf zurück. Wurde in gleicher Weise die Röhre mit der Pt-Elektrode bestrahlt, so ergab sich folgendes Resultat:

Tabelle IV.

Pt <sub>(+)</sub> <sup>1)</sup> Fenster <sub>Erde</sub>		Pt <sub>(-)</sub> Fenster <sub>Erde</sub>	
mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen	mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen
600	605	600	850
605	600	610	880
600	605	600	850

Hier also zeigte sich ein mächtiger Einfluß in dem Falle, daß die Pt-Elektrode negativ angetroffen wurde. Die Erklärung für die in diesen Tabellen wiedergegebenen Experimente ist

1) Vgl. die Anmerkung 2 auf p. 163.

offenbar die schon bei früheren Beobachtungen unter ähnlichen Umständen von mir herangezogene.<sup>1)</sup> Betrachten wir zunächst den Fall, der in der vierten Tabelle vorliegt. Die vom Pt ausgehenden langsamen Kathodenstrahlen setzen in einiger Entfernung von der Elektrode durch die Erzeugung einer beträchtlichen Leitfähigkeit das Gefälle herunter, dieses steigt an der Kathode und leitet so die Glimmentladung eher ein, als dies ohne Bestrahlung geschieht. Ist aber das bestrahlte Pt Anode, so werden die langsamen Kathodenstrahlen zurückgehalten, und können infolgedessen die Leitfähigkeit zwischen den Elektroden nicht erhöhen. In diesem Falle müßte aber trotzdem das gleiche Resultat der Röntgenstrahlen zu erwarten sein, wenn eine merklich langsame Kathodenstrahlung von dem durchstrahlten Al-Fenster, das ja bei positiver Ladung der Pt Elektrode Kathode ist, ausginge. Dies ist aber nicht der Fall. Denn der Integraleffekt der Sekundärstrahlung ist bei auffallender Strahlung (Braggs Incidence Radiation) an sich sehr gering und der prozentische Anteil dieser geringen Strahlung an langsamen Strahlen wiederum, wie Hr. W. Wien<sup>2)</sup> zeigte, außerordentlich geringer als bei Pt. Ebenso enthält die Austrittsstrahlung am Al-Fenster nur sehr wenig langsame Strahlen. Die geringe Menge  $\delta$ -Strahlen, die am Al durch die Röntgenstrahlen frei wird, ist deshalb viel zu gering, um die Entladung vom Fenster aus zu erwirken. Das Verhalten der Entladung bei einer durch ein Al-Fenster bestrahlten Pt-Elektrode ist hiernach völlig verständlich. Nicht aber das Verhalten der nach Durchtritt durch das Al-Fenster getroffenen Al-Elektrode. Hier erscheint ein Einfluß des Potentials der Al-Elektrode zunächst aus Symmetriegründen unmöglich. Der Grund für das tatsächlich unsymmetrische Verhalten scheint mir nun hier in folgendem zu liegen: Die oben bereits erwähnten Braggschen Experimente erweisen für weiche  $\gamma$ -Strahlen einen Unterschied derjenigen Sekundärstrahlen, die beim Auftreffen der Röntgenstrahlen frei werden, gegenüber denen, die beim Durchtritt an der Kehrseite des bestrahlten Al entstehen. Bragg zeigte (für Röntgenstrahlen qualitativ Cooksey), daß an der Kehrseite des bestrahlten Al achtmal so viel  $\beta$ -Strahlen frei werden

1) E. Marx, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 10. p. 148. 1908.

2) W. Wien, Nachr. d. Gött. Ges. d. Wissensch. 1908.

als an der Auftreffseite.<sup>1)</sup> Es werden also am Al-Fenster sehr viel mehr schnelle Strahlen frei als an der Al-Elektrode. Dies gilt ceter. par.; hier, wo das Strahlenbündel nicht ausgeblendet ist, kommt hinzu, daß aus geometrischen Gründen die frei werdende Menge natürlich noch viel größer ist. Diese schnellen Strahlen treffen zum Teil die gegenüber befindliche Elektrode, zum Teil die Glaswand, und erzeugen überall, wo sie negative Ladung antreffen,  $\delta$ -Strahlen. Es erscheint demnach durchaus möglich, daß bei völliger Symmetrie der bestrahlten Elektroden in Hinsicht des Materials, allein durch die Bestrahlungsrichtung polare Unterschiede auftreten: In der Tat lassen sich die Versuche der Tab. III für das bestrahlte Al so deuten, daß sich das bestrahlte Al so verhält, als wenn es langsame Kathodenstrahlen abgibt, während die durchstrahlte Al-Folie keine langsamen Strahlen, sondern nur solche von so großer Geschwindigkeit aussendet, daß keine partielle Beeinflussung des Gradienten zwischen den Elektroden eintritt. Das Fehlen einer merklichen  $\delta$ -Strahlung an der durchstrahlten Al-Folie ist also völlig hinreichend, um zu erklären, warum eine beträchtliche Herabsetzung des Entladepotentials nur eintritt, wenn die untere, bestrahlte Elektrode Kathode ist, nicht eintritt, wenn das Al-Fenster Kathode ist. — Daß dieser bei der bestrahlten Al-Elektrode diskutierte  $\delta$ -Strahleneffekt, der also nur indirekt den Röntgenstrahlen, direkt den durch letztere am Al-Fenster in großer Menge erzeugten  $\beta$ -Strahlen zu verdanken ist, auch beim Pt mitwirkt, versteht sich natürlich von selbst. Bei den im folgenden untersuchten Röhren zeigte sich eine Beeinflussung des Entladungspotentials bei positiver Elektrode in umgekehrter Richtung wie die hier bei Bestrahlung der Kathode festgestellte. Hierauf, und warum dieser Effekt sich hier nicht zeigte, darauf kommen wir später zurück.<sup>2)</sup>

Wir haben uns mit diesem Experiment schon weitgehend dem Falle genähert, der in dem Nullapparat der Geschwindigkeitsmessung der Röntgenstrahlen vorliegt und der, wie in der

1) W. H. Bragg, l. c.

2) Anmerkung während der Korrektur. Bei Wiederholung der Versuche zeigte sich, daß das Al-Fenster nicht völlig isolierte. Nach Herstellung der Isolation ergaben sich auch hier die Zahlen, wie sie in Kap. V, Schluß, angegeben sind.

Einleitung hervorgehoben, hier gesondert untersucht werden sollte. Wird die Pt-Elektrode positiv angetroffen, so wird die Entladung nicht erleichtert, wird sie negativ angetroffen, so wird sie sehr bedeutend erleichtert, dann tritt die auslösende Wirkung der Röntgenstrahlung in Erscheinung. Dieses letzte Experiment zeigt, wie ich denke, daß meine Ausführungen<sup>1)</sup> über die Theorie des Nullapparates sich hier getrennt haben bestätigen lassen. Daß aber die Verhältnisse noch viel günstiger in polarer Hinsicht liegen, und der Erfolg meiner Messung noch einem weiteren, in gleicher Richtung wirkenden Effekte zuzuschreiben ist, das wird durch die folgenden Versuche klar, die sich noch weit mehr als der letzte Versuch, den Bedingungen im Nullapparat nähern.

Es ist nämlich im Falle des Nullapparates der Geschwindigkeitsmessung, der bestrahlten Elektrode parallel, und in etwa 3 cm Entfernung ein Faradayzylinder angebracht, der von den Röntgenstrahlen nicht getroffen wird. Die Hülle dieses Faradayzylinders ist geerdet. Die elektrischen Schwingungen, die von der bestrahlten Elektrode ausgehen, fließen über die Erdhülle des Zylinders zur Erde. Da die Frequenz der Schwingungen eine sehr große, der Abstand sehr gering ist, so stellt die Elektrode, zusammen mit dem Faradayzylinder, einen Kondensator dar, welcher der abfließenden Hertzschen Welle einen sehr geringen Widerstand bietet. Die Phasenverschiebung dieser Welle beim Durchtritt durch diesen Kondensator wird deshalb ebenfalls sehr gering sein, so daß sich die Welle nicht wesentlich anders beim Übertritt auf die geerdete Hülle verhalten wird, als wenn die Luftstrecke überbrückt wäre. Diese einfache Überlegung ergibt, daß das momentane Potential der geerdeten Hülle, das von der Hertzschen Welle herrührt, nur geringe Phasenverschiebung gegen das Potential der schwingenden Elektrode zeigen wird. Nur wird es infolge der Dämpfung und der Größe der metallischen Oberfläche des Faradayzylinders an diesem eine geringere Amplitude aufweisen, als die an der schwingenden Elektrode.

Will man demnach den Verhältnissen, die in diesem Apparate herrschen, gerecht werden, indem man Gleichstrom

1) E. Marx, Verb. d. Deutsch. Phys. Ges. 10. p. 138 ff. 1908; ferner Ann. d. Phys. 28. p. 37. 1909.

an Stelle des dort verwendeten Hochfrequenzstromes verwendet, so muß gegenüber der von den Röntgenstrahlen getroffenen schiefgestellten Elektrode eine zweite Fläche angebracht werden, die selbst nicht von den Strahlen getroffen wird, und die ein, dem Vorzeichen nach gleiches aber wesentlich schwächeres Potential hat, als die bestrahlte Elektrode. Ich verwendete zunächst ein Entladungsgefäß folgender Form, das gleichzeitig gestattet, auch unter diesen veränderten Bedingungen den Einfluß des Elektrodenmaterials zu untersuchen. Fensteröffnung und Röhrenlumen sind die gleichen, wie früher. Als Elektroden wurden zunächst schwach kalottenförmig gekrümmte verwendet, deren eine, die Pt-Elektrode, dieselbe war, die in

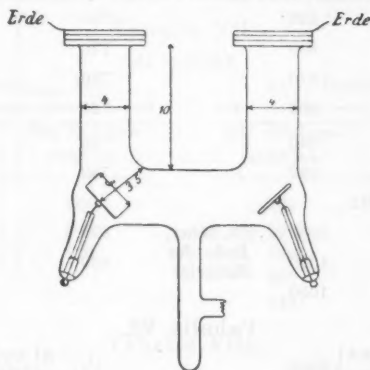


Fig. 5.

meinem Apparat zur Geschwindigkeitsmessung verwendet wurde. Die andere war eine Al-Elektrode von gleichen Dimensionen. Der Abstand der Elektroden usw. ist der Fig. 5 zu entnehmen. Legt man die eine dieser beiden Elektroden an die Hochspannung, so nimmt infolge der mangelnden Isolationsfähigkeit des Glases die andere sehr bald ein Potential von gleichem Vorzeichen an, das aber aus naheliegendem Grunde etwas schwächer als das der direkt metallisch anliegenden Elektrode ist. Dort, wo in den folgenden Tabellen der Index 0 an dem die Elektrode charakterisierenden Material angebracht ist, bedeutet dies, daß die betreffende Elektrode weder besonders geerdet, noch metallisch an eine Potentialquelle angelegt ist.



Sie hat alsdann die durch die Leitung des Glases sich einstellende schwache Ladung der anderen Elektrode (Tabb. V und VII). In Tabb. VI und VIII sind die nicht bestrahlten Elektroden geerdet. Die beiden Fenster sind wiederum so durch die Marineleimkittung isoliert, daß sie gegen das Glas elektroskopisch geprüft isolieren.

Tabelle V.

*Pt bestrahlt.*

Pt <sub>(-)</sub> Fenster <sub>Erde</sub> (Al) <sub>0</sub>		Pt <sub>(+)</sub> Fenster <sub>Erde</sub> (Al) <sub>0</sub>	
mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen	mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen
630	820	780	640
625	800	770	650
590	810	780	620
590	800	760	630
570	840	790	630
590	820	780	680
Der Druck erhöht:			
700	1080 ... (ev. höher, Ende der Batterie)	890	810
710	1000	880	790
730	1050		

Tabelle VI.

Pt <sub>-</sub> Al und Fenster } Erde		Pt <sub>+</sub> Al und Fenster } Erde	
mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen	mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen
510	680	720	560
500	680	720	570
520	690	680	580
530	700	650	570

Die Tabellen ergeben, daß bei negativ angetroffener Elektrode eine Potentialerniedrigung von etwa 30 Proz. stattfindet. Die Potentialerniedrigung ist nicht sehr weitgehend konstant; es zeigt sich, daß eine Elektrode bei der ersten Bestrahlung schwerer anspricht, als wenn einmal eine Auslösung erfolgt ist. Oberflächenbeschaffenheit und Gasinhalt beeinflussen ihn.



Der Effekt ist etwa von der gleichen Größe wie er vorhin bei Pt gefunden wurde. *Ganz überraschend aber ist der Einfluß, der sich hier bei positiver Ladung der Pt-Elektrode zeigt.* Das Experiment ist leicht zu demonstrieren, wenn allenthalben die oben angegebenen Vorsichtsmaßregeln innegehalten werden<sup>1)</sup>; es wirkt zunächst erstaunlich, daß man während der Bestrahlung ein höheres Potential an die Elektrode legen kann, als ohne Bestrahlung, daß also ein Abblenden der Röntgenstrahlen mit einem Bleiblech bei positiv angetroffener Elektrode gerade den umgekehrten Effekt ausübt, als im Falle der gewohnten negativen Auslösung. Bevor auf die Diskussion eingegangen wird, mögen die entsprechenden Resultate für Al mitgeteilt werden.

Tabelle VII.

*Al bestrahlt.*

Al <sub>(-)</sub> Fenster <sub>Erde</sub> Pt <sub>(0)</sub>		Al <sub>(+)</sub> Fenster <sub>Erde</sub> Pt <sub>(0)</sub>	
mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen	mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen
575	725	740	720
605	800	720	675
620	810	760	720
		750	690
		740	680

Tabelle VIII.

Al <sub>-</sub> Fenster <sub>Pt</sub> } Erde		Al <sub>+</sub> Fenster <sub>Pt</sub> } Erde	
mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen	mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen
485	503	715	670
500	520	710	650
		680	650

Die hier angegebenen Zahlen ändern sich nicht, wenn anstatt der kalottenförmigen Elektroden, wie weiter unten angegeben, ebene genommen werden; es erscheint deshalb un-

<sup>1)</sup> Es wurde z. B. auf der Naturf.-Vers. in Köln demonstriert. Vgl. Physik. Zeitschr. 9. p. 731. 1908.

nötig, besondere Tabellen hier anzugeben. Auch änderten sie sich nicht, wenn anstatt

$$\text{Al} - \left. \begin{array}{c} \text{Fenster} \\ \text{Pt} \end{array} \right\} \text{Erde, Al}_{\text{Erde}} - \left. \begin{array}{c} \text{Fenster} \\ \text{Pt} \end{array} \right\} +$$

genommen wurde.

In diesem Falle wurde aber, gemäß der Vorbemerkung zu Kap. V der Schutzkasten isoliert und mit dem Fenster gleichzeitig aufgeladen. Rein äußerlich möge bemerkt werden, daß ich bei ganz frischen Al-Elektroden die angegebenen Effekte, namentlich die bei negativ angetroffener Al-Elektrode, zum Teil nicht oder nur sehr schwach erhielt. Die Zahlen der Tab. VII und VIII erhielt ich, als durch den Strom die Al-Oberfläche bläulich angelaufen war. Auch beim Pt tritt etwas ähnliches ein, wenn auch nicht so ausgeprägt. Es zeigte sich immer, daß nach einiger Benutzung die frisch geschmirgelten, bzw. ausgeglühten Elektroden für die hier in Betracht kommenden Effekte geeigneter wurden. Ob hierbei die Gasabgabe der Elektroden oder direkt die Oberflächenbeschaffenheit maßgebend ist, lasse ich dahingestellt. Für Pt sind die Anlösungseffekte etwa die gleichen, wie oben in Tab. IV. In Anbetracht der geringer getroffenen Oberfläche (die ja schief steht) sind sie aber größer. Vielmehr ist dies noch beim Al der Fall. Die Erklärung ist hier wohl ohne Zweifel darin zu finden, daß die schnellen Strahlen, die bei parallelen Elektroden, wie oben in Tab. III wegen ihrer großen Weglänge unwirksam sind, hier zu einem Teil nicht geradeaus in Richtung der Stromlinien laufen, sondern auf die gegenüberliegende Glaswand treffen, dort machen sie  $\delta$ -Strahlen frei, die das schwache Gefälle, das sich in einiger Entfernung von der Kathode auszubilden beginnt, noch mehr schwächen, da sie dort infolge ihrer starken Absorption beträchtliche Leitfähigkeit erzeugen. Ist hierbei, wie in Tab. V und VII, die zweite Elektrode, die unbestrahlt ist, nicht geerdet, so daß sie ebenfalls negatives Potential annimmt, so werden sämtliche an der Glaswand frei werdenden Strahlen in die Strombahn zum Fenster hin getrieben. Es ist demnach durchaus verständlich, daß in diesem Falle die Erniedrigung des Entladungspotentials viel beträchtlicher ist, als wenn die nicht bestrahlten Elektroden geerdet sind (VI und VIII).

Es ist hiernach selbstverständlich, daß das gleiche dann eintreten wird, wenn die der Elektrode gegenüber befindliche Wand aus irgend einem anderen Material besteht, da ja an allen Materialien  $\delta$ -Strahlen frei werden, wenn Kathodenstrahlen sie treffen. In dem Nullapparat der Geschwindigkeitsmessung ist der Faradayzylinder parallel zu der schief stehenden bestrahlten Pt-Elektrode angebracht, dort treffen also die schnellen Strahlen, die am Pt frei werden, zum Teil auf die Hülle des Faradayzylinders und zum Teil auf die Glaswand. Die Zylinderhülle bildet mit der Elektrode einen Kondensator sehr geringer Reaktanz. Infolgedessen hat sie, wie hier die Glaswand, ein Potential von etwas anderer Größe, aber von im wesentlichen so geringer Phasenverschiebung, daß sie während der weitaus größten Zeit der Schwingung, gleiches Vorzeichen wie die Elektrode selbst hat. Die langsamen Elektronen, bzw. die  $\delta$ -Strahlen, werden deshalb nicht den gleichen Weg einschlagen, wie der Wechselstrom; vielmehr werden sie, falls die Elektrode stark negativ, der Faradayzylinder schwach negativ ist, sich im wesentlichen in Richtung der maximalen Potentialdifferenz, also zum Fenster hin bewegen. Die schnellen Elektronen aber treffen auf die Zylinderhülle und die Glaswand und machen dort  $\delta$ -Strahlen frei, die alsdann ihrerseits ihren Weg in der Richtung zum Fenster nehmen müssen, da sie durch das negative Feld der Elektrode und der Hülle abgestoßen werden. Auf die Verhältnisse bei positiver Phase wird gleich eingegangen werden.

Daß bei den oben angegebenen Versuchen der nicht geerdeten Elektrode keine wesentliche Bedeutung zukommt, wurde dadurch gezeigt, daß sie und das Fenster ihr gegenüber entfernt werden konnte, ohne die angegebenen Zahlen merklich zu beeinflussen. Die freigelassene Elektrode hat ja nur das Potential des Glases. Auch das

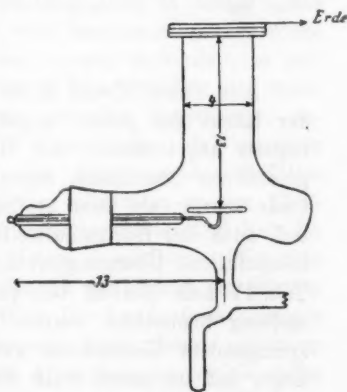


Fig. 6.

Ersetzen der Hohlelektroden durch ebene war ohne beträchtlichen Einfluß. Es möge deshalb hier nur noch eine Zahlentabelle angeführt werden, die mit dem Glasrohr Fig. 6 angestellt ist. Hierbei ist die ebene Pt-Elektrode durch einen Schliff drehbar.

Tabelle IX.

Pt <sub>(+)</sub> Fenster <sub>Erde</sub> Horizontal		Pt <sub>(-)</sub> Fenster <sub>Erde</sub> Horizontal	
mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen	mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen
760	580	510	840
750	570	520	830
780	570	510	850

Tabelle X.

Pt <sub>(+)</sub> Fenster <sub>Erde</sub> 30 Grad Schiefstellung		Pt <sub>(-)</sub> Fenster <sub>Erde</sub> 30 Grad Schiefstellung	
mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen	mit Röntgenstrahlen	ohne Röntgenstrahlen
760	580	520	890
760	560	510	880
780	560	520	890

Aus Tabb. IX und X ist zunächst ersichtlich, daß sowohl der Effekt bei positiv angetroffener Elektrode, wie der bei negativ angetroffener, mit Rücksicht auf die Größe der angetroffenen Oberfläche, wesentlich stärker ist, wenn die Elektrode schräg, als wenn sie horizontal steht. Hierbei fällt auf, daß auch bei Horizontalstellung der positiven Elektrode eine beträchtliche Übergangerschwerung eintritt, während oben in Tab. IV kein Einfluß bei positiver Ladung und Horizontalstellung beobachtet werden konnte. Da der in die Augen springendste Unterschied zwischen Fig. 4 und Fig. 6 darin liegt, daß im ersten Falle die Glaswände die Elektrode ganz dicht umschließen, im zweiten aber beträchtlicher Spielraum zwischen Elektrode und Glaswand ist, so wurden zunächst die Bedingungen der Fig. 4 dadurch zu reproduzieren versucht, daß in eine Röhre vom Charakter der Fig. 6 ein Glaszylinder

so hineingebracht wurde, daß die Elektrode von ihm eng umschlossen wurde. Das Resultat war, daß hierdurch der positive Effekt um etwa 30 Proz. verringert wurde, also doch immerhin noch so deutlich bestehen blieb, daß die Diskrepanz nur zum Teil dem fehlenden Zwischenraum zwischen Glaswand und Elektrode zugeschrieben werden kann. Es ist demnach das wahrscheinlichste, daß hier gewisse Oberflächenbeschaffenheiten in dem Rohr Fig. 4 sich geltend machten<sup>1)</sup>, die allein in diesem Falle ein Inerscheintreten des positiven Effektes verhinderten, da sonst in *sämtlichen* Versuchen diese Erscheinung beobachtet wurde. Auf diesen positiven Effekt, der hier völlig unerwartet in die Erscheinung trat, wird in folgendem näher eingegangen.

#### VI. Die Erhöhung des Entladungspotentials bei positiv angetroffener Elektrode.

Aus den angeführten Experimenten ergibt sich, daß unter dem Einfluß der Röntgenstrahlen solche Veränderungen an einer Elektrode, welche in positiver Ladung angetroffen wird, eintreten, daß das Einsetzen der Entladung beträchtlich *erschwert* wird. Nun hängt nach obigen Ausführungen über das Zustandekommen der Glimmentladung diese in erster Linie davon ab, daß der Kathodenfall eine bestimmte untere Grenze erreicht; wird das Erreichen dieser Grenze verhindert, so tritt keine Glimmentladung ein. Dieses Herabdrücken des maßgeblichen Kathodengefälles kann nun bei konstantem, anliegendem Potential seinen Grund darin haben, daß an einer anderen Stelle der Strombahn eine Erhöhung des Gefälles eintritt. Eine solche Erhöhung wird allgemein an den Elektroden dann eintreten, wenn die Polarisationsgebiete (vgl. Kap. II), welche sich um die Elektroden bilden, anwachsen. Wie man nämlich aus der Gestalt des Gradienten vor Eintritt der Glimmentladung ersieht, ist in der Nähe der Anode freie negative Elektrizität vorhanden. Ein Steigern dieser freien negativen Elektrizität an der Anode hat ein Anwachsen des Anodenfalles zur Folge. Diese Steigerung muß dann eintreten, wenn Röntgen-

1) Daß dies der Fall war, ist in der Anmerkung 2 auf p. 163 ausgeführt.

strahlen auf die Elektrode fallen, welche ein positives Potential von einigen hundert Volt hat. Denn die Kathodenstrahlen, welche an der bestrahlten Elektrode frei werden, bestehen nicht nur aus den schnellen Dornschen ( $\beta$ -Strahlen) und den ganz langsamen Strahlen, sondern auch aus solchen Strahlen, die einer Geschwindigkeit entsprechen, die durch einige hundert Volt derart beeinflußt werden, daß sie auf kurzen freien Wegstrecken existenzfähig sind. Ihre Geschwindigkeit reicht nicht mehr zur Ionisation durch Stoß aus, so daß sie an den Gasmolekülen hängen bleiben; es entstehen negative Ionen und Elektronionen. Durch diese muß die negative Volumladung an der Anode erhöht werden, es muß also der Anodenfall steigen, was gleichzeitig, da die Klemmenspannung konstant ist, ein Sinken des Kathodenfalles zur Folge haben muß. Dann aber muß sich eine Erschwerung des Einsetzens der Glimmentladung einstellen. *Man wird also bei positiv angetroffener Elektrode eine größere Potentialdifferenz während der Bestrahlung anlegen können, als ohne Bestrahlung.*

Jeder Vorgang, welcher die negative Volumladung an der Elektrode erhöht, wird in gleicher Richtung wie hier die direkt ankommenden Röntgenstrahlen wirken. Wenn demnach die Bedingungen derart sind, daß die Gesamtheit der bei Röntgenbestrahlung frei werdenden Kathodenstrahlen, also nicht nur die langsamen, sondern durch irgend einen Zwischenvorgang, auch die schnellen, freie negative Elektrizität an die Anode schaffen können, so wird man erwarten müssen, daß der Erschwerungseffekt zunimmt. Dies ist aber der Fall, wenn die Elektrode schräg gestellt ist, und ihr gegenüber sich eine Wand befindet, die ein Potential hat, das nur wenig geringer ist, als das der Elektrode. Dann treffen nämlich alle Kathodenstrahlen, auch die schnellen, die durch die Röntgenstrahlen an der Elektrode frei werden, auf die Wand. Dort erzeugen sie  $\delta$ -Strahlen, die sich nun in dem schwachen Felde zwischen Anode und Wand zur Anode bewegen, und zum Teil in der Nähe der Anode die freie negative Volumladung erhöhen. Hiernach ist also die beträchtliche Erhöhung der Entladerschwerung bei Schiefstellung der Anode, der Mitwirkung der schnellen  $\beta$ -Strahlung zu danken, die an der bestrahlten Elektrode selbst frei wird, und die bei Horizontalstellung für die

Anreicherung von negativer Elektrizität an der Anode wegen der Größe der freien Weglänge nicht in Betracht kommt.

In dem Nullapparat der Geschwindigkeitsmessung müssen infolge der oben wiederholt diskutierten analogen Verhältnisse gleiche Vorgänge in Erscheinung treten. Nur sind dort wegen des höheren Druckes und höheren Potentials die charakteristischen Teile der Entladung räumlich viel mehr konzentriert. Es muß auch hier bei angetroffener  $+$ -Elektrode die Entladung erschwert, bei angetroffener  $-$ -Elektrode erleichtert werden. Hierzu kommen noch zwei weitere Umstände. Erstens ein beträchtlicher Entladeverzug bei  $+$ -Elektrode. Es zeigt sich nämlich, daß die Ausbildung des Glimmlichtes, im Falle daß die Pt-Elektrode positiv ist, nicht sofort erfolgt, sondern daß benachbart zu dem Potential, das sich noch dauernd anlegen läßt, sich ein Gebiet befindet, innerhalb dessen das Potential für kurze Zeit ohne Eintritt der Entladung anlegbar ist. Bei negativem Pt ist ein solches Gebiet, das einen merklichen hier nach Sekunden zählenden Entladeverzug zeigt, von mir nicht beobachtet worden. Ferner aber hat in diesem Apparat das Al-Fenster eine viel kleinere Oberfläche als die Pt-Elektrode. Die Folge davon ist, daß die Entladung schwerer einsetzt, wenn das Fenster Kathode ist, als wenn es Anode ist. In der Tat kann man etwa das doppelte Potential im ersten Falle anlegen als im zweiten. Für die Verhältnisse im Nullapparat kommt der, hier zuerst beobachtete, positive Erschwerungseffekt nicht direkt in Betracht. Denn dort wird das Potential so reguliert, daß ohne Bestrahlung eine Entladung überhaupt nicht stattfindet. Für die Funktion dieses Apparates wäre hinreichend, daß keine Erleichterung der Feldentladung bei positiv angetroffener Elektrode statthat, was allein bisher in der Theorie des Apparates von mir zu erklären versucht wurde. Daß aber sogar eine Erschwerung stattfindet, war nicht vorausgesehen, ist aber für die Zuverlässigkeit des Funktionierens sicherlich ein nicht unbeträchtlicher Sicherheitsfaktor. Auch die Verzögerungserscheinung, d. h. die beträchtliche Zeit, die vergeht, bevor nach Abblenden der Röntgenstrahlen die Entladung bei positiver Elektrode einsetzt, ist der Polarität des Entladungseffektes im Nullapparat durchaus günstig: Denn der Anstieg des Anodenfalles



ist bedingt durch negative Ionen, die sich in der Umgebung der Anode bilden. Erst nachdem dieses negative Polarisationsgebiet an der Anode verschwunden ist, steigt der Kathodenfall. Der Versuch zeigt, daß dies längere Zeit dauert nach Abblenden der Strahlen. — Es wird also im Nullapparat, im Falle Antreffens der positiven Phase, dieses Polarisationsgebiet, wenn es sich gebildet hat, auch in der folgenden negativen, unbestrahlten Phase fortbestehen. Dort wirkt es aber derart, daß der Kathodenfall heruntergeht und geschwächt wird, da ja das für die Glimmentladung hinreichende Gefälle ein positives Polarisationsgebiet an der Kathode fordert. Das negative Gefälle wird also dadurch noch mehr geschwächt, und da es bereits ohne diese Schwächung nicht zur Glimmentladung ausreichte, so wird jetzt a fortiori in der unbestrahlten Phase keine Entladung erfolgen können.

Die mehrfach beschriebene Tatsache, daß bei richtiger Anordnung meines Apparates nur bei den größten negativen Potentialamplituden eine selbständige Feldentladung bei der Bestrahlung einsetzt, nicht aber bei positiv angetroffenen, ist, wie ich denke hier für sich, getrennt vom Apparat, als notwendig bewiesen. *Diesen Beweis und die hieraus sich ergebende wesentliche Stütze für die Richtigkeit meiner Auffassung von den Vorgängen im Apparat zur Geschwindigkeitsmessung der Röntgenstrahlen, möchte ich als wesentliches Resultat vorliegender Untersuchung betrachten.* Wie ich bereits in der in dieser Zeitschrift<sup>1)</sup> mitgeteilten Theorie des Apparates ausführte, ist mir jetzt kein experimentelles Ergebnis des Geschwindigkeitsapparates mehr bekannt, das nicht durch experimentelle Ergebnisse unter vereinfachten Bedingungen reproduziert werden kann, und das nicht in direkter Konsequenz des Bildes liegt, das in der Theorie enthalten ist und das die Vorgänge im Apparat, so weit ich sehe, vollständig beherrscht.

Leipzig, Physik. Institut, Ende Juli 1908.

1) E. Marx, Ann. d. Phys. 28. p. 37. 1909.

(Eingegangen 27. Oktober 1908.)



## 9. Zur Theorie des Wehneltunterbrechers; von P. Ludewig.

(Hierzu Taf. I, Figg. 4, 5, 14, 15, 16 u. 17.)

### A. Bedeutung der Buchstaben.

$E$  = Betriebsspannung (in Volt).

$i_g$  = Gleichstromstärke (in Ampere).

$i_u$  = Effektivwert der Stromstärke (am Hitzdrahtamperemeter in Ampere gemessen).

$i$  = Momentanwert der Stromstärke.

$n$  = Unterbrechungszahl pro Sekunde.

$T$  = Zeitdauer einer Unterbrechung (in Sek.).

$w_u$  = Widerstand des Unterbrechers.

$w_k$  = Widerstand des Schließungskreises.

$w = w_k - w_u$  = Widerstand des Schließungskreises, mit Ausnahme des Unterbrechers.

$L$  = Selbstinduktion (Henry).

$l$  = Stiftlänge des Wehneltunterbrechers.

$\sigma$  = Säuredichte.

$C$  = die zu einer Unterbrechung insgesamt nötige Gasmenge.

$C_1$  = die während einer Unterbrechung verbrauchten Amperesekunden, berechnet aus der Formel

$$C_1 = \frac{E}{w_k} \left[ T_1 - \frac{L}{w_k} e^{-\frac{w_k}{L} T} - \frac{L}{w_k} \right].$$

$g$  = Grammkalorien, die während einer Unterbrechung an der Unterbrechungsstelle durch den Stromdurchgang gebildet werden.

$d$  = Dicke der um den Stift gebildeten Gasblase.

$\left. \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \right\}$  Konstante.

### B. Einleitung.

Als Darmstädter Doktoringenieur-Dissertation (Referent: Geheimer Hofrat Prof. Dr. Wirtz, Korreferent: Prof. Sengel) hat Hr. L. Schön „Einen Beitrag zur Theorie des Wehneltunterbrechers“ erscheinen lassen, von dem er selbst sagt, er stelle die Vorgänge in diesem Apparat „vom Standpunkte des Technikers aus“ dar und „stehe daher in gewissem Gegen-

sätze zu den meisten bis jetzt veröffentlichten Arbeiten über diesen Unterbrecher<sup>1)</sup>

Dieser Standpunkt äußert sich zunächst darin, daß die bisher veröffentlichte reiche Literatur teils ignoriert, teils mit der durchaus unzutreffenden Bemerkung abgetan wird, sie lasse „infolge ihrer Widersprüche eine einwandfreie Beurteilung der Wirkungsweise des Wehneltunterbrechers nicht zu“.<sup>2)</sup> Danach gibt der Verfasser eine Anzahl Messungen, und leitet aus ihnen ab, daß der Wehneltunterbrecher „zwei getrennte Arbeitsweisen“ besitze. Im einen Falle, und zwar wenn hohe Betriebsspannung, kleine Selbstinduktion und kleine Stiftlänge benutzt werden, also bei hoher Unterbrechungszahl, wirke der Unterbrecher rein *thermisch*, d. h. die zur Unterbrechung nötige

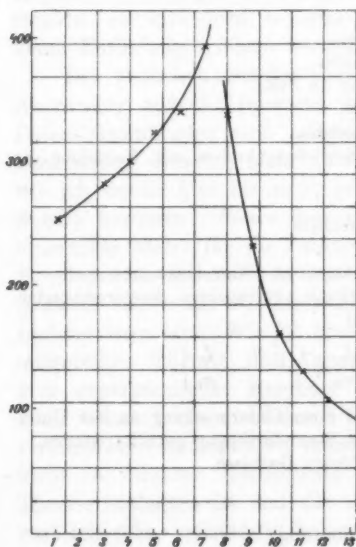


Fig. 1.  $n = f(l)$ .

Tabellen des Hrn. Schön enthaltene Tatsache: Verlängert man bei konstanter Betriebsspannung (ca. 100 Volt) und konstanter

Gasmenge rühre allein her aus der an der Einschnürungsstelle infolge der Jouleschen Wärme entwickelten Dampfmenge. Im anderen Falle und zwar bei kleiner Betriebsspannung, großer Selbstinduktion und großer Stiftlänge, also bei sehr geringer Unterbrechungszahl, sei die Wirkungsweise rein *elektrolytisch*, d. h. die den Stromabschluß herbeiführende Gasblase habe ihre Entstehungsursache allein in der Elektrolyse. Dazwischen liege ein Gebiet, in dem sich beide Einflüsse überdecken.

Diese Theorie stützt sich auf folgende in den

1) L. Schön, Diss. l. c. p. 3.

2) l. c. p. 6.

Selbstinduktion (ca. 0,08 Henry) die Stifflänge des Wehneltunterbrechers, so steigt anfangs die Unterbrechungszahl  $n$ , hat dann eine Unstetigkeitsstelle, an welcher der Unterbrecher aussetzt und nimmt dann ab (vgl. Fig. 1). Auf dem ansteigenden Aste soll rein thermische, auf dem abfallenden rein elektrolytische Wirkungsweise vorhanden sein.

Diese Theorie, die einen neuen Gesichtspunkt zu enthalten scheint, hält aber folgender Überlegung nicht stand. Auf dem ansteigenden Aste soll nach Hrn. Schön thermische Wirkungsweise vorhanden sein. Nach meinen früheren Versuchen<sup>1)</sup> ist beim Lochunterbrecher thermische Wirkungsweise festgestellt. Bei ihm fällt aber mit Vergrößerung des Lochquerschnittes die Unterbrechungszahl ab. Es ist also nicht einzusehen, warum sie, thermische Wirkungsweise vorausgesetzt, beim Wehneltunterbrecher steigen sollte.

#### C. Kritik der Theorie des Hrn. Schön.

Diese Überlegung veranlaßte mich, die Versuche des Hrn. Schön zu wiederholen, und zwar mit einem im unterzeichneten Institut hergestellten und mit dem von Hrn. Schön selbst benutzten Unterbrecher, den Hr. Hofrat Wirtz mir freundlichst zur Verfügung stellte.<sup>2)</sup>

Zur Bestimmung der Unterbrechungszahl benutzt Hr. Schön eine stroboskopische Methode, und zwar beobachtet er das Aufleuchten einer Geissleröhre, die an den Sekundärpolen eines vom Strom des Wehneltunterbrechers durchflossenen Induktatoriums lag. Bei dieser Methode wird man über die Form der Stromkurve vollkommen im unklaren gelassen. Sie ist nach meinen Erfahrungen sehr umständlich und auch insofern unzuverlässig, weil die Geissleröhre bei dem mit hohen Unterbrechungszahlen arbeitenden Wehneltunterbrecher auch durch die Schließungsinduktion zum Leuchten gebracht werden kann.

Eine absolut sichere Bestimmung der Unterbrechungszahl, bei der zugleich eine stetige Kontrolle der exakten Wirkungsweise des Unterbrechers in der Gestalt der Stromkurve möglich ist, besteht, wie ich früher gezeigt habe, in der Benutzung

1) P. Ludewig, Gött. Diss. 1907 und Ann. d. Phys. 25. p. 467. 1908.

2) Ich möchte auch an dieser Stelle Hrn. Hofrat Wirtz meinen besten Dank aussprechen.

des Oszillographen.<sup>1)</sup> Diese Methode wurde bei allen folgenden Versuchen benutzt.

Die *aktive Elektrode* des im Karlsruher Elektrotechnischen Institut hergestellten Unterbrechers hat folgende Gestalt (vgl. Fig. 2). Die wirksame Elektrode *e* besteht aus einem Platinstift von 1 mm Durchmesser, der an einen Kupferdraht *a* angelötet ist und durch ihn den Strom zugeführt bekommt. Platin- und Kupferdraht laufen in zwei Führungen der äußeren Hartgummihülle *b*. Durch eine Schraube kann der Stift auf

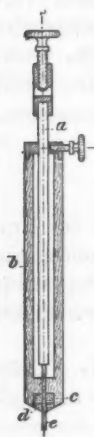


Fig. 2.

die gewünschte Länge festgestellt werden. In die untere Öffnung der Hartgummihülle ist eine Specksteindüse *d*, bezogen von der Firma Böhm & Wiechmann in München, eingeklemmt und zwischen Hartgummi und Specksteindüse die Gummischeibe *c* festgedrückt. Die Specksteindüse hat eine Bohrung gerade groß genug, um den Platinstift hindurch zu lassen, so daß er unten scharf herausragt. Dadurch ist es unmöglich gemacht, daß die Säure an dem Stift hinaufsteigt. Außerdem schützt dagegen noch das Gummi *c*.



Fig. 3.

Der bemerkenswerteste Teil des zu den Versuchen des Hrn. Schön benutzten Unterbrechers ist die außerordentlich weite Öffnung, durch die der Platinstift hindurchgeht (Fig. 3).

Zunächst wurde eine in der Dissertation des Hrn. Schön enthaltene Versuchsreihe mit genau den gleichen Versuchsbedingungen wiederholt, und zwar mit den beiden oben beschriebenen Unterbrechern. Fig. 4, Taf. I, ist mit dem Karlsruher, Fig. 5, Taf. I, mit dem Unterbrecher des Hrn. Schön aufgenommen. Die Stiftlänge nimmt nach unten hin zu. Ein Vergleich zeigt die vollständige Unbrauchbarkeit des letzteren. *Man erhält mit ihm überhaupt keine regelmäßigen Unterbrechungen.* Der Grund liegt in der oben beschriebenen fehlerhaften Konstruktion des Unterbrechers. Durch die weite Bohrung der

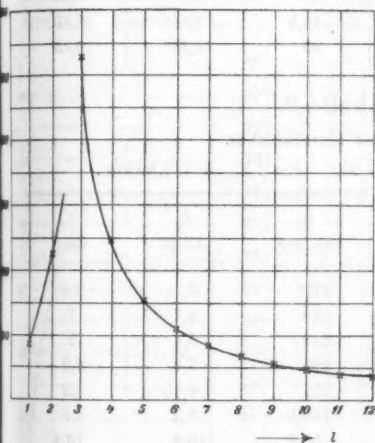
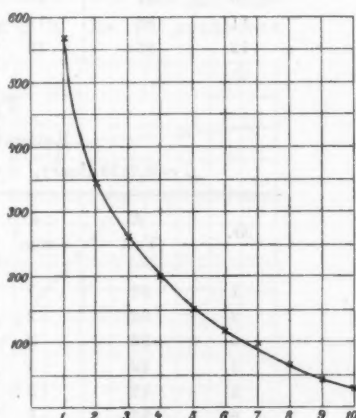
1) Schaltung vgl. Ann. d. Phys. 25. p. 469. 1908.

Porzellanhülse steigt dauernd Säure an dem Stift in die Höhe, die dann in das Glas zurücktropft.

Nach diesem Befunde habe ich die weiteren Untersuchungen mit dem oben beschriebenen, einwandfreien Karlsruher Unterbrecher weitergeführt.

Um die Theorie des Hrn. Schön zu prüfen, wurden Versuche in dreifacher Hinsicht unternommen.

1. Die Kurve  $n = f(l)$ . Tabb. 1 und 2 zeigen untereinander die Resultate, die Hr. Schön<sup>1)</sup> und ich unter den gleichen Bedingungen erhalten. Die aus meinen Messungen konstruierte Kurve  $n = f(l)$  (Fig. 7) verläuft vollständig regelmäßig und besitzt die von Hrn. Schön gefundene Unstetigkeit (Fig. 6) nicht. So oft ich auch die Versuchsbedingungen

Fig. 6.  $n = f(l)$ .Fig. 7.  $n = f(l)$ .

variierte, es gelang mir niemals, diese Unstetigkeit zu erhalten. Sie muß daher auf Versuchsfehlern beruhen, die speziell ihren Grund in der fehlerhaften Konstruktion der aktiven Elektrode haben.

1) l. c. „Versuchsprotokoll zu Blatt II“.

Tabelle 1.

Darmstädter Unterbrecher nach Hrn. Schön.

 $L = 0,087$  Henry,  $t = 40^\circ \text{C.}$ ,  $\sigma = 1,225$ .

Nr.	$E$ Volt	$l$ mm	$n$ pro sec	$i_g$ Amp.	$i_w$ Amp.
1	92	1	86,5	1,18	1,40
2	92	2	222	1,25	1,50
3	91	3	547	1,25	1,55
4	91	4	247	1,45	1,75
5	90	5	155	2,30	2,85
6	89,5	6	111	3,30	4,02
7	88,5	7	83,5	4,30	5,25
8	88	8	67,5	5,20	6,40
9	87,5	9	56	6,15	7,45
10	87	10	50	7,00	8,40
11	86	11	44,5	7,80	9,50
12	86	12	39	8,60	10,15

Tabelle 2.

Karlsruher Unterbrecher.

 $L = 0,0873$  Henry,  $t = 30^\circ$ ,  $\sigma = 1,2$ ,  $w = 5,8$  Ohm.

Nr.	$E$ Volt	$l$ mm	$n$ pro sec	$i_g$ Amp.	$i_w$ Amp.
1	92	1	570	3,1	3,45
2	92	2	344	4,7	?
3	92	3	259	6,4	?
4	92	4	205	7,8	7,9
5	92	5	151	9,15	9,2
6	92	6	118,5	9,7	9,6
7	92	7	98,2	10,3	10,4
8	92	8	70,5	11	10,7
9	92	9	46,5	11,6	11,3
10	92	10	31,2	12,0	11,7

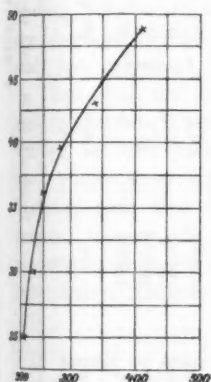
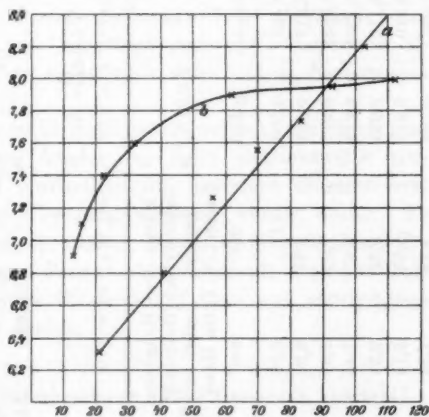
2. Die Kurven  $i_g = f(n)$  und  $i_w^2 = f(n)$ . Nach Hrn. Schön muß während der elektrolytischen Wirkungsweise des Unterbrechers  $i_g$  eine lineare Funktion von  $n$  sein und während der thermischen Wirkungsweise  $i_w^2$  eine lineare Funktion von  $n$  sein.

Tabelle 3.

 $l = 3 \text{ mm}, E = 123 \text{ Volt}, \sigma = 1,2.$ 

Nr.	$L$ Henry	$w$ Ohm	$n$ pro sec	$i_g$ Amp.	$i_w$ Amp.
47	0,0845	3,75	208	4,8	5,7
48	0,08	3,63	233	5,6	6,2
49	0,0265	3,51	248	6,15	6,75
50	0,0212	3,38	284	6,3	7,1
51	0,0144	3,08	340	6,6	7,3
52	0,0103	2,89	415	7,1	7,9
53	0,006	2,72	620	7,8	?
54	0,00345	2,55	750	?	?

Tab. 3 ist eine Versuchsreihe, die der thermischen Wirkungsweise des Unterbrechers entspricht. Die aus ihr konstruierte Kurve  $i_w^2 = f(n)$  enthält Fig. 8. Es ist annähernd

Fig. 8.  $i_w^2 = f(n)$ .Fig. 9.  $i_g = f(n)$ .

eine Gerade. Tab. 4 und 5 enthalten Versuche mit elektrolytischer Wirkungsweise des Unterbrechers. Fig. 9 enthält die daraus konstruierten Kurven. Die Kurve *a* (Tab. 5) zeigt eine gerade Linie, während die Kurve *b* (Tab. 4) sehr von der Geraden abweicht.

$l = 7 \text{ mm}$ ,  $E = 40 \text{ Volt}$ ,  $w = 1,1 \text{ Ohm}$ .

Nr.	$L$ Henry	$w$ Ohm	$n$ pro sec	$i_p$ Amp.	$i_m$ Amp.	$T$ sec	$i_p \cdot T$ Amp./sec	$C_1$ Amp./sec
55	0,03	3,63	12,6	6,9	7	0,0833	0,575	0,65
56	0,0265	3,51	15,7	7,1	7,35	0,0636	0,452	0,508
57	0,0212	3,38	22,6	7,4	7,5	0,0442	0,326	0,351
58	0,0144	3,08	31,4	7,6	7,8	0,03185	0,248	0,272
59	0,0103	2,89	62,5	7,9	7,9	0,016	0,1265	0,1325
60	0,006	2,72	112,0	8	?	0,00893	0,07	0,073

Tabelle 5.

$l = 6 \text{ mm}$ ,  $L = 0,0345 \text{ Henry}$ ,  $w = 2,68$ ,  $w_n = 1,125$ ,  $w_k = 3,70$ .

Nr.	$E$ Volt	$n$ pro sec	$i_p$ Amp.	$i_m$ Amp.	$T$ sec	$i_p \cdot T$ Amp./sec	$C_1$ Amp./sec	$T \cdot 0,24 \cdot i_m^2 \cdot w_n$ g-Kal.	Menge des elektrolytisch abgesch. Sauerst. ( $i_p \cdot T$ ) mm <sup>3</sup>	Menge des thermisch entwickel- ten Gases mm <sup>3</sup>	$d$ mm	$d$ ther- misch mm	$d$ Summe mm
63	40	21,5	6,3	6,4	0,0466	0,293	0,403	0,506	17	5,06	0,9	0,269	1,169
64	51	40,6	6,8	7,1	0,0246	0,165	0,212	0,393	9,74	3,38	0,516	0,176	0,693
65	62	56,8	7,25	7,4	0,0176	0,1275	0,1625	0,261	7,38	2,61	0,392	0,1385	0,531
66	72	70,6	7,55	8,1	0,0142	0,107	0,1345	0,249	6,2	2,49	0,329	0,132	0,461
67	82	83,3	7,75	8,32	0,012	0,093	0,117	0,223	5,38	2,23	0,286	0,1183	0,404
68	92	92,7	7,95	8,65	0,011	0,0875	0,110	0,219	5,07	2,19	0,269	0,116	0,385
69	102	107,0	8,2	8,75	0,00935	0,0738	0,096	0,194	4,38	1,94	0,233	0,103	0,336



3. Ist die Theorie des Hrn. Schön richtig, so muß ein Lochunterbrecher, der unter denselben Bedingungen wie ein Wehneltunterbrecher auf seinem thermischen Aste der Kurve  $n=f(C)$  betrieben wird, dieselben Unterbrechungszahlen haben, wie der Wehneltunterbrecher. Meine früheren Versuche<sup>1)</sup> zeigen aber, daß der Wehneltunterbrecher unter den verschiedensten Versuchsbedingungen immer eine 4—5 mal höhere Unterbrechungszahl hat.

Daß die Theorie des Hrn. Schön die von ihm beobachtete Unstetigkeit der Kurven  $n=f(I)$  überhaupt nicht erklärt, ist bereits in der Einleitung gesagt. Der Verlauf der Kurven  $ig=f(n)$  und  $i_0^2=f(n)$  gestattet überhaupt keinen exakten Schluß für oder gegen die Auffassung des Hrn. Schön. Endlich zwingt der im vorstehenden Abschnitt durchgeführte Vergleich zwischen Loch- und Stiftunterbrecher die Theorie des Hrn. Schön abzulehnen. *Es folgt: Der Wehneltunterbrecher hat auch bei großer Betriebsspannung kleiner Stiftlänge und kleiner Selbstinduktion eine wesentlich andere Wirkungsweise als der Lochunterbrecher; er wirkt auch unter diesen Bedingungen nicht rein thermisch.*

Das muß um so mehr geschlossen werden, weil doch eine elektrolytische Wirkung fraglos bei jeder Betriebsweise vorhanden ist und nicht einzusehen ist, inwiefern dieselbe erst nach einem unstetigen Übergang wirksam werden sollte. Es bestätigt sich also das in meiner Dissertation gefundene Ergebnis, wonach die zur Unterbrechung dienende Gasblase teils aus thermisch entwickeltem Wasserdampf, teils aus elektrolytisch entwickeltem Sauerstoff besteht.

D. Ist die zu einer Unterbrechung nötige Gasmenge konstant?

#### 1. Problem.

Frühere eigene Versuche<sup>1)</sup> haben ergeben, daß die zu einer Untersuchung nötige Gasmenge mit zunehmender Unterbrechungszahl geringer wird. Auch die in Tab. 4 und 5 enthaltenen Daten geben dasselbe wieder. Die Gasmenge setzt

1) P. Ludewig, l. c.

sich zusammen aus einem elektrolytischem und einem thermischen Anteil nach der Formel:

$$C = t \int_0^T i dt + B \int_0^T i^2 w_u dt.$$

Die Versuche ergaben also, daß  $C$  keine Konstante ist. Den elektrolytischen Anteil kann man in Amperesekunden auf zweierlei Weise berechnen. Es ist

$$\int_0^T i dt = i_g T,$$

$$\int_0^T i dt = \frac{E}{w_k} \left\{ T + \frac{L}{w_k} e^{-\frac{w_k}{L} T} - \frac{L}{w_k} \right\} = C_1.$$

Beide Größen sind in den Tab. 4 und 5 enthalten und kontrollieren sich gegenseitig. In Figg. 10 und 11 ist  $C_1 = f(n)$

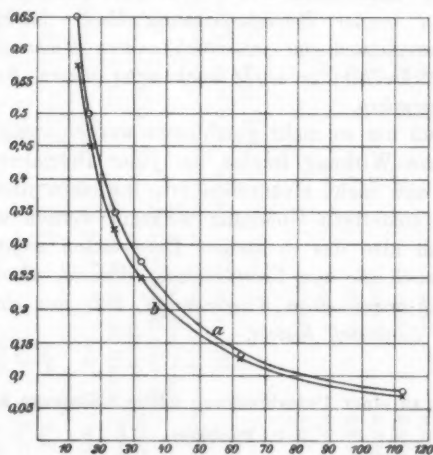


Fig. 10. Vgl. Tab. 5.

Kurve a:  $C_1 = f(n)$ . Kurve b:  $i_g \cdot T = f(n)$ .

[Kurven a] und  $i_g \cdot T = f(n)$  [Kurven b] aufgetragen. Die Kurven a liegen oberhalb der Kurven b, da in der Formel das in  $w_k$  enthaltene  $w_u$ , welches mit Wechselstrom und Tele-

phon in der Brücke bestimmt wurde, im Nenner zu klein eingesetzt ist. Während des Stromanstiegs wird  $w_u$  nicht konstant sein, sondern wachsen (vgl. p. 188).

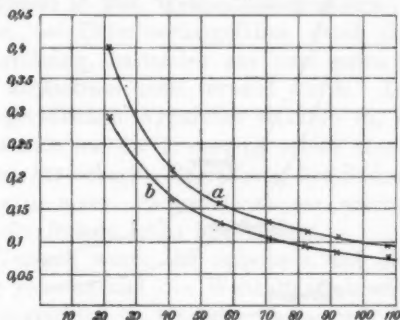


Fig. 11. Vgl. Tab. 6.

Kurve a:  $C_1 = f(n)$ . Kurve b:  $i_g \cdot T = f(n)$ .

Die Kurven zeigen, daß die bei einer Untersuchung abgelesene Sauerstoffmenge mit zunehmender Unterbrechungszahl immer geringer wird.

Die diesen Amperesekundenwerten entsprechenden Mengen Gas sind ebenfalls in der Tcb. 5 angegeben, ebenso die Dicke der Gasblase, die dieser Gasmenge entsprechen würde unter der Annahme, daß sich das Gas gleichmäßig über die Oberfläche verteilt und alles während des Stromanstiegs entwickelte Gas zum Stromabschluß verwendet wird.

Der thermische Anteil, also die dem  $\int i^2 w_u dt$  entsprechenden g-Cal lassen sich berechnen aus  $0,24 \cdot i_g^2 w_u T$ . Die Größen sind in Tab. 5 eingetragen und wieder daraus die Menge des diesen g-Cal entsprechenden Dampfes und die Gasdicke, die dieser Dampfmenge entsprechen wird.

Die Tabelle zeigt, daß auch der thermische Anteil mit zunehmender Unterbrechungszahl kleiner wird.

Vergleicht man nun diese auf thermische Ursache beruhende Dicke der Blase mit der auf elektrolytischer Ursache beruhenden (Fig. 12), so sieht man deutlich, daß auch bei langsamen Unterbrechungen, unter Bedingungen, bei denen Hr. Schön rein elektrolytische Wirkungsweise annimmt, der

thermische Anteil einen ganz beträchtlichen Teil der Gesamtsumme der Gasmenge ausmacht.

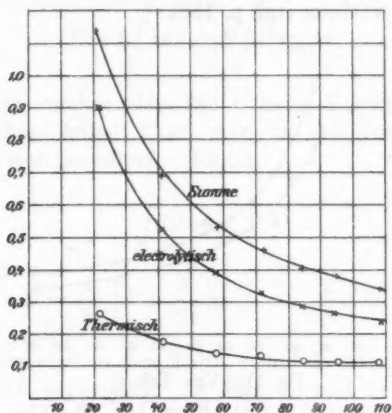


Fig. 12.  $d = f(n)$ .

Mit zunehmender Unterbrechungszahl wird also die zu einer Unterbrechung nötige Gasmenge kleiner.

## 2. Versuchsanordnung.

Um diese schon in meiner Dissertation gefundene Tatsache zu erklären, habe ich folgenden Versuch gemacht (vgl.

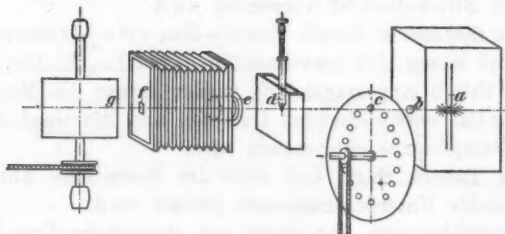


Fig. 13.

Fig. 13). In einem Blechkasten befand sich als Lichtquelle die Bogenlampe *a*. Das von ihr ausgehende Licht fiel durch

ein Loch *b* in der Vorderwand des Blechkastens und wurde eine rotierende Kupferscheibe *c* mit 20 Löchern in bestimmtem Rythmus abgeblendet. Der Lichtstrahl ging dann über die aktive Elektrode *d* des Wehneltunterbrechers. Die beiden Seitenflächen des Unterbrechergefäßes, durch die der Lichtstrahl hindurchging, bestanden aus zwei guten Glasscheiben, so daß der Lichtstrahl nicht verzerrt wurde. Das Objektiv *e* eines photographischen Apparates erlaubte es, das Bild der aktiven Elektrode auf die Trommel *g* scharf einzustellen. Der Spalt *f* dient zur scharfen Begrenzung des Bildes. Der ganze Aufbau war in einem Photometerzimmer untergebracht, um jedes störende, fremde Licht fernzuhalten.

Beim Versuch wurde die Scheibe *c* und die Trommel *g* in Drehung versetzt und der Wehneltunterbrecher betrieben. Der Momentverschluß am Objektiv war so mit der Trommel *g* gekuppelt, daß der Lichtstrahl nur während einer Umdrehung der Trommel auf sie fallen konnte.

### 3. Versuchsergebnisse.

Ist der Wehneltunterbrecher nicht in Tätigkeit, so erhält man auf einem auf die Trommel *g* gespannten Negativpapier eine fortlaufende Reihe von Abbildungen des Stiftes und zwar weiße Bilder auf schwarzem Grunde (vgl. Fig. 14, Taf. I). Beim Betriebe des Unterbrechers bildet sich auch die Gasblase mit *ab*, da sie das Licht nicht hindurchläßt (vgl. Figg. 15 bis 17, Taf. I). Die zu diesen Kurven gehörenden Daten enthält die Tab. 6.

Tabelle 6.

Nr.	Nr. der entsprechenden Figur	<i>E</i> Volt	<i>C</i> mm	<i>L</i> Henry	<i>w</i> Ohm	<i>n</i> pro sec
XIV	15	40	7	0,137	3,74	ca. 10
XVI	16	40	7	0,0775	2,8	„ 30
XVIII	17	40	7	0,0337	1,87	„ 70

Fig. 15, Taf. I. Die Schnelligkeit der Untersuchungen beträgt etwa 10 pro sec; die Anzahl Aufnahmen während

einer Unterbrechung ca. 18. Die Stellung des Stiftes ist senkrecht nach unten. Nach der Unterbrechung ist der Stift fast frei von Blasen. Diese setzen sich dann sehr unregelmäßig, wahrscheinlich an kleinen Erhöhungen des Stiftes an, während dazwischenliegende Stellen des Stiftes noch in Berührung sind mit der Flüssigkeit und den Strom leiten. [Aus diesem Grunde darf der Widerstand des Unterbrechers während des Stromanstiegs nicht konstant gesetzt werden (vgl. p. 185)]. Ist der Strom stark genug geworden und die Stellen, an welchen Platin und Flüssigkeit noch in Berührung sind, klein genug, so wird jetzt an diesen die Joulewärme besonders stark zur Geltung kommen und eine Verdampfung herbeiführen, so daß die Gasblase den Stift voll umhüllt und die Unterbrechung bewirkt. Dadurch wird in der Selbstinduktion eine hohe Spannung induziert, die einen Teil des aus Sauerstoff und Wasserdampf bestehenden Gasgemisches zur Explosion bringt. Es explodiert aber nicht alles Gas, da es nicht im richtigen Verhältnis gemischt ist. Der übrig bleibende Sauerstoff wird durch die Gewalt der Explosion vom Stift fortgeschleudert. Dieser kommt wieder in Berührung mit der Flüssigkeit. Ein Teil der Sauerstoffmenge wird nach unten abgestoßen und bildet sich in einer kleinen Blase ab, die langsam durch ihren Auftrieb in die Höhe steigt (vgl. Fig. 15, Taf. I). Der andere Teil des Sauerstoffs steigt (wahrscheinlich ohne den Stift im ganzen zu berühren) ebenfalls langsam in die Höhe.

Fig. 16, Taf. I ist eine Aufnahme, bei welcher der Unterbrecher ca. 30 Unterbrechungen pro sec lieferte. Sie zeigt etwa das gleiche Bild, wie Fig. 15, Taf. I.

Fig. 17, Taf. I ist bei 70 Unterbrechungen pro sec gemacht.

Die Figg. 15—17, Taf. I ergeben für die Tatsache, daß die zu einer Unterbrechung nötige Gasmenge mit zunehmender Geschwindigkeit kleiner wird, folgende Gesichtspunkte.

1. Bei der Explosion wird ein Teil des Sauerstoffs in Form eines Bläschens nach unten geschleudert, steigt dann durch seinen Auftrieb wieder in die Höhe und vereinigt sich wahrscheinlich mit der inzwischen zur nächsten Unterbrechung

gebildeten Blase. Darin liegt ein Grund, daß die zu einer Unterbrechung nötige Gasmenge nicht konstant ist.

2. Fig. 16, Taf. I, zeigt, wie ein Teil des den Stift umhüllenden Gases sich während des Stromanstiegs an der Seite vollkommen loslöst und emporsteigt. Je länger die Unterbrechungsdauer, desto mehr Gas wird auf diese Weise für die Unterbrechung nutzlos werden.

3. Die Blase setzt außerordentlich unregelmäßig an und zieht sich infolge ihres Auftriebes an dem Stift in die Höhe. Man erkennt dies deutlich an dem langsamen Hinaufwandern der Einschnürungsstellen am Stift. Je langsamer die Unterbrechungen, desto mehr Sauerstoff geht auf diese Weise für die Abschnürung des Stromes verloren.

4. Die durch die Explosion vom Stift frei gemachte Sauerstoffmenge wird bei langsamen und schnellen Unterbrechungen immer mit etwa derselben Geschwindigkeit nach oben streben. Bei Fig. 15, Taf. I, ist der Teil der Unterbrechungszeit, während welcher sich diese verbrauchte Gasmenge emporbewegt, ziemlich gering. In Fig. 16, Taf. I, dauert dieser Vorgang schon die Hälfte der ganzen Unterbrechungszeit. Bei Fig. 17, Taf. I, endlich hat diese Gasmenge keine Zeit mehr, vollkommen empor zu steigen. Ehe sie verschwunden ist, setzt schon die nächste Unterbrechung ein. Man muß daher annehmen, daß die von der vorigen Unterbrechung herrührende Gasmenge gleich zum Teil mit zur nächsten verwendet wird, und zwar um so mehr, je schneller die Unterbrechungen sind.

*Diese vier Gründe erklären die Tatsache, daß die zu einer Unterbrechung nötige Gasmenge mit zunehmender Unterbrechungszahl abnimmt.*

Der Einfluß der Konstruktion der aktiven Elektrode ist bei dieser Lage der Dinge einleuchtend. Der von Hrn. Schön benutzte Unterbrecher muß infolge der verhältnismäßig großen Öffnung, durch die der Stift hindurchgeht, zu Unregelmäßigkeiten Veranlassung geben. Das am Stift aufsteigende verbrauchte Gas schiebt die in dieser Höhlung sitzende Flüssigkeit in die Höhe, die dann in das Glas zurücktropft. Infolge der dadurch entstandenen Flüssigkeitsströmung werden die Unterbrechungen vollkommen unregelmäßig. *Um daher Versuche über die Theorie des Wehneltunterbrechers anzustellen, muß*

*man gerade in dieser Beziehung ganz einwandfreie Versuchsverhältnisse herstellen.*

#### E. Der Mechanismus der Unterbrechung beim Lochunterbrecher.

Die Simonsche Theorie, welche annimmt, daß die zu einer Unterbrechung nötige Gasmenge ihren Grund in der durch Joulewärme eintretenden Verdampfung der Flüssigkeit hat und bei einer bestimmten Größe der Einschnürungsstelle konstant ist, hat sich beim Lochunterbrecher bestätigt gefunden. Es gilt also hier die Formel<sup>1)</sup>

$$(5) \quad C = \frac{0,24 E^2 w_u}{w_k^2} \left[ T_1 - \frac{2L}{w_k} \left( 1 - e^{-\frac{w_k}{L} T} \right) + \frac{L}{2w_k} \left( 1 - e^{-\frac{w_k}{L} T} \right) \right],$$

jedoch mit Ausnahme des Gebietes der ganz langsamen Unterbrechungen. In meiner früheren Arbeit<sup>1)</sup> habe ich als Grund dafür angegeben, daß während des Stromanstieges schon ein Teil der Wärme fortgeführt wird, und zwar um so mehr, je langsamer die Unterbrechungen sind.

Nach den obigen Versuchen über den Stiftunterbrecher fragt es sich, ob nicht auch beim Lochunterbrecher schon während des Stromanstieges einzelne Blasen in der Flüssigkeit entstehen und ob das oben erwähnte Umbiegen in der Kurve  $C = f(n)$  im Gebiete der langsamen Unterbrechungen nicht mehr seinen Grund in einem Emporsteigen der so gebildeten Bläschen hat, als in der Wärmeableitung.

Daß tatsächlich allein die Wärmeableitung für dies Verhalten verantwortlich gemacht werden muß, ergibt sich folgendermaßen.<sup>1)</sup> Die Inkonzanz der für eine Unterbrechung nötigen Wärmemenge wird um so stärker, je niedriger die Flüssigkeitstemperatur ist, und verschwindet ganz bei 90° C. Wäre das Emporsteigen schon während des Stromanstieges gebildeter Bläschen die Ursache für dies Verhalten, so dürfte sich die Erscheinung bei Erhöhung der Flüssigkeitstemperatur nicht ändern.

*Man muß daher annehmen, daß beim Lochunterbrecher die Flüssigkeit in der Einschnürungsstelle während des Stromanstieges*

1) P. Ludewig, l. c.



nur erwärmt wird, und daß dann am Ende des Stromanstieges eine Blase von konstanter Größe sich ganz plötzlich bildet.

### Zusammenfassung.

1. Die von Hrn. Schön gefundene Unstetigkeit in der Unterbrechungszahl ist bei einwandfreien Versuchsbedingungen nicht vorhanden.

2. Die aus dieser Erscheinung abgeleitete Theorie des Hrn. Schön, nach welcher der Unterbrecher zwei verschiedene Wirkungsweisen, nämlich eine rein thermische und eine rein elektrolitische besitzen soll, ist nach meinen Versuchen abzulehnen. Die den Stromabschluß herbeiführende Gasblase besteht immer aus elektrolitisch abgeschiedenem Sauerstoff und thermisch gebildetem Wasserdampf.

3. Beim Wehneltunterbrecher bildet sich schon während des Stromanstieges eine den Stift teilweise bedeckende Gasblase.

4. Die Tatsache, daß zu einer Unterbrechung beim Wehneltunterbrecher mit zunehmender Unterbrechungszahl eine immer geringere Gasmenge nötig ist, hat ihren Grund darin, daß a) während des Stromanstieges ein Teil des gebildeten Sauerstoffs durch seinen Auftrieb emporsteigt, und b) ein Teil des von der vorigen Unterbrechung herrührenden Gases mit zur folgenden verwendet wird.

5. Beim Lochunterbrecher tritt dagegen die Bildung der Blase plötzlich am Schluß des Stromanstieges ein.

Hrn. Geh. Hofrat Prof. Dr. Ing. E. Arnold in Karlsruhe spreche ich für die Bereitwilligkeit, mit der er mir die reichen Mittel seines Institutes zur Verfügung stellte, meinen besten Dank aus.

Hrn. Prof. Dr. H. Th. Simon in Göttingen sage ich für die fördernden Ratschläge und das große Interesse, das er auch dieser Arbeit zuteil werden ließ, meinen herzlichsten Dank.

Karlsruhe, Elektrotechnisches Institut, August 1908.

(Eingegangen 23. Oktober 1908.)

**10. Über die Grundgleichungen der Elektrodynamik bewegter Körper von Lorentz und das Prinzip der Relativität;  
von D. Mirimanoff.**

Bekanntlich sind die Grundgleichungen der Elektronentheorie für den Äther bei der Gruppe der sogenannten Lorentztransformationen kovariant: sie entsprechen dem Prinzip der Relativität. Gilt dasselbe auch für die Grundgleichungen der Lorentzschen Elektrodynamik ponderabler Körper?

Diese Frage ließe sich leicht beantworten, wenn die Beziehungen zwischen den Größen vor der Transformation (ungestrichene Größen) und den Größen nach der Transformation (gestrichene Größen) für bewegte Körper bekannt wären.

In seiner höchst wertvollen Abhandlung „Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern“<sup>1)</sup> postuliert Minkowski derartige Beziehungen. Er geht aus von der Voraussetzung, daß sich die fundamentalen Größen im Innern der Körper in derselben Weise transformieren lassen, wie die entsprechenden Größen im Äther, und er kommt zu der Schlußfolgerung, daß die Gleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper dieselbe Form haben müssen wie für ruhende Körper.<sup>2)</sup> Nun genügen aber die Lorentzschen Gleichungen dieser Bedingung nicht, und verletzen somit das Prinzip der Relativität, zum mindesten in der von Minkowski postulierten Form.

Lassen wir aber die Definitionen Minkowskis beiseite und stellen wir uns auf den Standpunkt der Lorentzschen Theorie, so können wir leicht einen Ausweg finden. Statt die Gleichungen der Elektrodynamik den Axiomen Minkowskis anzupassen, wollen wir diese Axiome in solcher Weise zu modifizieren suchen, daß sich die Lorentzschen Differential-

1) H. Minkowski, Nachr. Ges. Gött. p. 53—111. 1908.

2) Vgl. A. Einstein u. J. Laub, Ann. d. Phys. 26. p. 532. 1908.

gleichungen mit dem Prinzip der Relativität in Übereinstimmung bringen lassen. Obwohl die Lösung dieser Aufgabe ganz unmittelbar aus einem bekannten Lehrsatz folgt, glaube ich, daß die nachfolgenden Entwicklungen genügend wenig bekannt sein dürften, um einiges Interesse zu bieten.

Es bedeute  $w$  die Geschwindigkeit der Materie,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $\mathfrak{E}$  die elektrische Kraft,  $\mathfrak{D}$  die elektrische Erregung,  $\mathfrak{P}$  die Polarisierung,  $\mathfrak{H}$  die magnetische Kraft,  $\mathfrak{B}$  die magnetische Erregung,  $\mathfrak{M}$  die Magnetisierung,  $J$  den Leitungsstrom,  $\rho$  die elektrische Raumdichte. Alle diese Größen seien im modifizierten gemischten Einheitssystem ausgedrückt. Dann lauten die Lorentzschen Differentialgleichungen:

$$(I) \quad \text{curl } \mathfrak{H} = \frac{1}{c} \left( \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + J + \rho w + \text{curl} [\mathfrak{P} w] \right),$$

$$(II) \quad \text{div } \mathfrak{D} = \rho,$$

$$(III) \quad \text{curl } \mathfrak{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t},$$

$$(IV) \quad \text{div } \mathfrak{B} = 0.$$

Die drei letzten Gleichungen decken sich mit denen Minkowskis. Bloß die Gleichung (I) hat eine andere Form, da sie das Glied  $\frac{1}{c} \text{curl} [\mathfrak{P} w]$  enthält, welches in der entsprechenden Gleichung Minkowskis nicht vorkommt.

Setzen wir aber

$$\mathfrak{Q} - \frac{1}{c} [\mathfrak{P} w] = \mathfrak{D}, \quad J + \rho w = \mathfrak{S},$$

so nimmt Gleichung (I) die Form an:

$$\text{curl } \mathfrak{Q} = \frac{1}{c} \left( \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + \mathfrak{S} \right)$$

und man gelangt zu Gleichungen derselben Form wie die von Minkowski. Allerdings hat der Vektor  $\mathfrak{Q}$  nicht die Bedeutung der magnetischen Kraft, sondern er ist eine Funktion von  $\mathfrak{H}$ ,  $\mathfrak{P}$  und  $w$ . Der von Minkowski als Theorem der Relativität<sup>1)</sup> bezeichnete Lehrsatz kann auf diese Gleichungen angewendet werden, und man erhält so für  $\mathfrak{E}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{S}$  und  $\rho$  die von Minkowski postulierten Transformationsgleichungen.<sup>2)</sup>

1) H. Minkowski, l. c. p. 59.

2) l. c. p. 72.

Dagegen findet man für  $\mathfrak{D}$  und  $\mathfrak{H}$  (welche Größen von Minkowski mit  $e$  und  $m$  bezeichnet werden) Beziehungen, welche von denen Minkowskis verschieden sind. Die Transformationsgleichungen, die bei Minkowski für  $e$  und  $m$  gelten, bestehen hier für  $\mathfrak{D}$  und  $\mathfrak{D}$  statt für  $\mathfrak{D}$  und  $\mathfrak{H}$ .

Hat die Lorentztransformation die Form

$$x = \kappa(x' + vt'), \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \kappa\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right),$$

wo

$$\kappa^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

ist, so lauten diese Transformationsgleichungen

$$\begin{aligned} \mathfrak{D}_x &= \mathfrak{D}_x', & \mathfrak{D}_e &= \mathfrak{D}_x', \\ \mathfrak{D}_y &= \kappa\left(\mathfrak{D}_y' + \frac{v}{c}\mathfrak{D}_x'\right), & \mathfrak{D}_y &= \kappa\left(\mathfrak{D}_y' - \frac{v}{c}\mathfrak{D}_x'\right), \\ \mathfrak{D}_z &= \kappa\left(\mathfrak{D}_z' - \frac{v}{c}\mathfrak{D}_y'\right), & \mathfrak{D}_z &= \kappa\left(\mathfrak{D}_z' + \frac{v}{c}\mathfrak{D}_y'\right). \end{aligned}$$

Von diesen Gleichungen ausgehend, erhält man leicht mittels der Beziehungen  $\mathfrak{D} = \mathfrak{E} + \mathfrak{P}$ ,  $\mathfrak{P} = \mathfrak{H} + \mathfrak{M}$  die Transformationsformeln für  $\mathfrak{H}$ ,  $\mathfrak{P}$  und  $\mathfrak{M}$ . Ich beschränke mich darauf, die für  $\mathfrak{P}$  und  $\mathfrak{M}$  gültigen Gleichungen anzugeben. Setzt man

$$\frac{1}{c}[\mathfrak{P}w] + \mathfrak{M} = u,$$

so folgt

$$\begin{aligned} u_x &= u_x', & \mathfrak{P}_x &= \mathfrak{P}_x', \\ u_y &= \kappa\left(u_y' + \frac{v}{c}\mathfrak{P}_x'\right), & \mathfrak{P}_y &= \kappa\left(\mathfrak{P}_y' - \frac{v}{c}u_x'\right), \\ u_z &= \kappa\left(u_z' - \frac{v}{c}\mathfrak{P}_y'\right), & \mathfrak{P}_z &= \kappa\left(\mathfrak{P}_z' + \frac{v}{c}u_y'\right). \end{aligned}$$

Somit lassen sich die Vektoren  $u$  und  $\mathfrak{P}$  in der gleichen Weise transformieren wie die Vektoren  $\mathfrak{D}$  und  $\mathfrak{D}$ , und man kann ohne weiteres die Transformationsformeln für  $\mathfrak{P}$  und  $\mathfrak{M}$  aufstellen, welche lauten:

$$\begin{aligned} \mathfrak{P}_x &= \mathfrak{P}_x', \\ \mathfrak{P}_y &= \kappa\left(1 + \frac{v w_x}{c^2}\right)\mathfrak{P}_y' - \frac{\kappa v w_y'}{c^2}\mathfrak{P}_x' - \frac{\kappa v}{c}\mathfrak{M}_x', \\ \mathfrak{P}_z &= \kappa\left(1 + \frac{v w_z}{c^2}\right)\mathfrak{P}_z' - \frac{\kappa v w_x'}{c^2}\mathfrak{P}_x' + \frac{\kappa v}{c}\mathfrak{M}_y', \end{aligned}$$

$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}'_x + \frac{\kappa v}{c^2} w_y \mathfrak{M}'_y + \frac{\kappa v}{c^2} w_x \mathfrak{M}'_z,$$

$$\mathfrak{M}_y = \kappa \left( 1 - \frac{v w_x}{c^2} \right) \mathfrak{M}'_y,$$

$$\mathfrak{M}_z = \kappa \left( 1 - \frac{v w_x}{c^2} \right) \mathfrak{M}'_z.$$

Es ist bemerkenswert, daß  $\mathfrak{M}$  von  $\mathfrak{P}'$  unabhängig ist, während  $\mathfrak{P}$  von  $\mathfrak{M}'$  abhängt.

Unsere letzten Gleichungen sind offenbar komplizierter als die, welche aus Minkowskis Beziehungen folgen. Ist dies aber ein Grund, um sie abzulehnen?

Minkowskis Theorie führt übrigens zu Beziehungen ähnlicher Form. Als Beispiel diene der Leitungsstrom  $J$ , der mit  $\mathfrak{E}$  durch die Beziehung verknüpft ist:  $J = \mathfrak{E} - \rho w$ . Man findet:

$$J_x = \kappa \left( 1 - \frac{v w_x}{c^2} \right) J'_x,$$

$$J_y = J'_y - \frac{\kappa v}{c^2} w_y J'_x,$$

$$J_z = J'_z - \frac{\kappa v}{c^2} w_x J'_x,$$

und anderseits:

$$\rho = \kappa \left( 1 + \frac{v w_x}{c^2} \right) \rho' + \frac{\kappa v}{c^2} J'_x.$$

Diese Formeln zeigen nicht mehr die Einfachheit der ursprünglichen Gleichungen. Ihre Koeffizienten sind nicht mehr Konstanten, sondern Funktionen von  $w$ .

Wir können übrigens die oben abgeleiteten Transformationsgleichungen bis zu einem gewissen Grade auf andere Weise rechtfertigen.

Bekanntlich hat Lorentz die Gleichungen seiner Elektrodynamik abgeleitet, indem er das Prinzip der Mittelwertbildungen auf die Grundgleichungen der Elektronentheorie im Äther anwendete. Nun kennt man aber die Beziehungen, welche im Äther zwischen den ungestrichenen und den gestrichenen Größen bestehen. Erweitert man jetzt ein wenig die Fassung des Lorentzschen Prinzipes der Mittelwertbildungen, so erhält man leicht die Transformationsformeln für  $\mathfrak{E}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $J$ ,  $\rho$  und  $\text{div } \mathfrak{D}$ . Allerdings will ich hier ausdrücklich bemerken, daß diese Art vorzugehen, nicht einwandfrei ist.

Wir wollen nun unsere Aufmerksamkeit jenen Gleichungen von Lorentz zuwenden, in welchen die Koeffizienten  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  (Dielektrizitätskonstante, magnetische Permeabilität, elektrische Leitfähigkeit) vorkommen.

Setzt man voraus, daß in einem Punkte des Körpers, wo die Geschwindigkeit Null ist, die Gleichungen

$$\mathfrak{D} = \epsilon \mathfrak{E}, \quad \mathfrak{H} = \frac{1}{\mu} \mathfrak{B}, \quad J = \sigma \mathfrak{E}$$

gelten, so folgt für ein beliebiges  $w$ :

$$(1) \quad \begin{cases} \mathfrak{D}_w = \epsilon \mathfrak{E}_w, \\ \left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right) \mathfrak{D}_n = \left(\epsilon - \frac{w^2}{c^2}\right) \mathfrak{E}_n + \frac{1}{c} [w, \epsilon \mathfrak{B} - \mathfrak{H}]_n. \end{cases}$$

Hierin bezeichnen die Indizes  $w$  und  $n$  die Komponenten eines Vektors nach der Richtung  $w$ , bzw. nach einer beliebigen zu  $w$  senkrechten Richtung. Man findet in gleicher Weise:

$$(2) \quad \mathfrak{H} = \frac{1}{\mu} \mathfrak{B} + \frac{\mu - 1}{\mu c} [w \mathfrak{E}],$$

$$(3) \quad \begin{cases} J_w = \sigma \sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}} \mathfrak{E}_w, \\ J_n = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}} \left( \mathfrak{E}_n + \frac{1}{c} [w \mathfrak{B}]_n \right). \end{cases}$$

Die Gleichungen (3) sind mit denen Minkowskis gleichlautend.

Für  $\mu = 1$  wird  $\mathfrak{H} = \mathfrak{B}$ , und wenn man Glieder von der Größenordnung  $w^2/c^2$  vernachlässigt, so ergibt sich aus (1) die bekannte Lorentzsche Formel:

$$\mathfrak{D} = \epsilon \mathfrak{E} + \frac{\epsilon - 1}{c} [w, \mathfrak{B}],$$

welche durch die Versuche H. A. Wilsons bestätigt worden ist.

Ist aber  $\mu \neq 1$ , so folgt bei Vernachlässigung der Glieder von der Ordnung  $w^2/c^2$

$$\mathfrak{D} = \epsilon \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [w, \epsilon \mathfrak{B} - \mathfrak{H}],$$

oder wenn man  $\mathfrak{B}$  mittels (2) eliminiert,

$$\mathfrak{D} = \epsilon \mathfrak{E} + \frac{\epsilon \mu - 1}{c} [w \mathfrak{E}].$$

Wendet man diese Formel auf den von Einstein und Laub<sup>1)</sup> behandelten Fall an, so ergibt sich, daß die zu den Kondensatorplatten senkrechte Komponente von  $\mathfrak{D}$  durch den Aus-  
druck

$$\mathfrak{D}_z = \epsilon \mathfrak{E}_z + \frac{|v|}{c} (\epsilon \mu - 1) \mathfrak{H}_y$$

dargestellt wird, und demnach mit der von Einstein und Laub aus den Gleichungen Minkowskis abgeleiteten Größe identisch ist. Folglich gestattet die für  $\mathfrak{D}$  geltende Gleichung keine Entscheidung zwischen den beiden Systemen, wenn man annimmt, daß Glieder von der Größenordnung  $v^2/c^2$  dem Experiment unzugänglich sind.

Dagegen ergeben die beiden Systeme verschiedene Ausdrücke für den Vektor  $\mathfrak{B}$ . In dem von Einstein und Laub betrachteten Falle führen unsere Formeln zu

$$\mathfrak{B}_y = \frac{|v|}{c} (\mu - 1) \mathfrak{E}_z + \mu \mathfrak{H}_y,$$

während Einstein und Laub

$$\mathfrak{B}_y = \frac{|v|}{c} (\epsilon \mu - 1) \mathfrak{E}_z + \mu \mathfrak{H}_y$$

finden.

Diese Ausdrücke gelten bei Vernachlässigung der Glieder von der Ordnung  $v^2/c^2$ . Die Differenz ist hier von der ersten Ordnung.

*Anmerkung.* Bei der Ableitung der Gleichungen (1), (2), (3) sind wir von einer Hypothese ausgegangen, welche in dem ersten Axiom von Minkowski<sup>2)</sup> enthalten ist. Diese Hypothese steht nicht im Widerspruch mit den Differentialgleichungen der Lorentzschen Elektrodynamik. Es ist nichts destoweniger unmöglich, das erste Axiom in seinem ganzen Umfang anzunehmen. Dies kommt daher, daß die Lorentzsche Gleichung (I) ein Glied enthält, in welchem die Derivierten der Geschwindigkeit vorkommen. Diese aber sind in einem Punkte, in dem die Geschwindigkeit Null ist, im allgemeinen von Null verschieden.

1) A. Einstein u. J. Laub, Ann. d. Phys. 26. p. 539. 1908.

2) H. Minkowski, l. c. p. 72.

Wenn wir das bisher Gesagte zusammenfassen, so sehen wir, daß es möglich ist, die Differentialgleichungen der Lorentz'schen Elektrodynamik mit dem Prinzip der Relativität in Einklang zu bringen, vorausgesetzt, daß man einige von Minkowski aufgestellte Hypothesen und Definitionen abändert. Man sieht sich so veranlaßt, einen Teil des ersten Axioms, sowie die erste Gruppe der Transformationsgleichungen im dritten Axiom abzuweisen. Dagegen ist das zweite Axiom aufrecht zu halten. Außerdem aber ist man genötigt, die Beziehungen, in welchen die Koeffizienten  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  vorkommen, entsprechend abzuändern.

Genf, November 1908.

(Eingegangen 30. November 1908.)



**11. Über das Verhalten  
des Entladungsfunkens von Kondensatorkreisen  
im Magnetfelde bei Atmosphärendruck  
und im Vakuum;  
von Hans Meurer.**

(Gekürzte Straßburger Inaugural-Dissertation 1908.)

Die Frage, ob elektrische Entladungsfunken von Magnetfeldern irgendwie beeinflußt werden können, findet sich in der Literatur sehr oft berührt. Die Beobachtungen scheiden sich in solche, welche sich auf Funkenentladungen in freier Atmosphäre beziehen, und in solche an Entladungen in verdünnter Luft. Die vorliegende Arbeit behandelt in ihrem Hauptteil Vorgänge der ersten Art.

**A. Magnetisches Verhalten des Entladungsfunkens  
von Kondensatorkreisen in freier Atmosphäre.**

**I. Bereits vorliegende Arbeiten.**

Bei stark verlangsamt an aperiodischen Entladungen großer Leidener Batterien wird „die Funkenbahn in starken magnetischen Feldern wie ein biegsames, von der Anode zur Kathode durchflossenes Leiterstück abgelenkt“. <sup>1)</sup> Precht <sup>2)</sup> fand, daß, wenn ein Strom schnell aufeinanderfolgender Funken zwischen einer scharfen Spitze und einem stumpfen Drahte übergang, je nach der Polarität der Elektroden eine Vergrößerung oder Verringerung des Ausschlags eines angeschalteten Elektrometers eintrat. Auch er stellt die Ablenkung des Funkenstromes als Konsequenz der bekannten elektrodynamischen Gesetze dar. Bei diesen Beobachtungen Toeplers und Prechts, die sich auf ein zur Funkenbahn senkrecht Magnetfeld beziehen, handelt es sich, wie aus Versuchsanordnung und

1) M. Toepler, Wied. Ann. 63. p. 113. 1897.

2) J. Precht, Wied. Ann. 66. p. 676. 1898.

Darstellung klar hervorgeht, um die Beeinflussung einer schon vorhandenen Entladung. Offen aber bleibt hiernach noch die Frage, ob auch ein Einfluß auf das *Einsetzen* jedes einzelnen Funkens besteht.

Ein solcher ist, wie im zweiten Teile dieser Arbeit ausführlicher dargelegt werden soll, beobachtet worden bei sehr niedrigen Gasdrucken. Diese Tatsache läßt sich ohne Hypothese nicht auf bekannte Gesetze zurückführen. Es erschien als lohnende Aufgabe, derselben Erscheinung nachzuspüren bei Entladung in freier Atmosphäre. Angestrebt wurden *erstens* möglichst scharf definierte Versuchsbedingungen; da ferner nach Warburgs<sup>1)</sup> Erfahrungen jedenfalls nur geringe Einwirkungen zu erwarten waren, so konnte *zweitens* nur die *empfindlichste* Methode in Frage kommen.

## II. Vorversuche.

Daß man tatsächlich ganz verschiedene Wirkungen erhält, je nachdem man den Einfluß des Magnetfeldes auf die in Bewegung befindliche Elektrizität während der Dauer des Funkens oder auf dessen Einsatzipotential (im folgenden wird dieses stets mit der Abkürzung E.P. bezeichnet) der Untersuchung unterwirft, zeigten schon die Vorversuche. Nach Angabe Prechts ließ ich zwischen einem stumpfen Drahte und einer scharfen Spitze die Funken eines Induktoriums ohne Anschaltung von Leidener Flaschen in schneller Aufeinanderfolge übergehen. Bei Erregung eines transversalen Magnetfeldes traten die von Precht beschriebenen Erscheinungen ein; insbesondere war es möglich, die Funkenbahn so stark abzulenken, daß sich der Funkenstrom in Büschelentladung verwandelte. Dabei stieg der Ausschlag eines angeschalteten Braunschen Elektrometers beträchtlich. Daß daraus jedoch nicht auf Erschwerung des Einsetzens von Funken, die ein gut definiertes E.P. besitzen, geschlossen werden kann, zeigten Versuche mit folgender Anordnung. Zwei Funkenstrecken, von denen sich die eine zwischen den Polen eines Ruhmkorffschen Elektromagneten

1) E. Warburg, Wied. Ann. 62. p. 392. 1897. Dort heißt es: „Bei höheren Drucken (als 0,082 mm Hg) war die Wirkung des Magnetfeldes (auf das Einsatzipotential der leuchtenden Entladung) zu schwach.“

befand, wurden einander parallel in die Entladungsbahn einer Leidener Batterie geschaltet und derart einreguliert, daß die Funken an beiden Elektroden möglichst gleichmäßig abwechselnd übergingen. Würde nun eine *größere* Änderung des E.P. durch Erregung des Magnetfeldes stattfinden, so müßte einer der beiden Funken erlöschen. Ein derartiges Verhalten konnte jedoch nicht beobachtet werden. Die Versuche wurden sowohl bei senkrechter als auch bei paralleler Richtung von Magnetkraftlinien und Funkenbahn angestellt. Die Feldstärke betrug ca. 7300 C.G.S.-Einh. Die Funkenlänge wurde zwischen 1 und 4 mm variiert.

### III. Die Methode.

Es kam nun darauf an, eine Methode auszuarbeiten, welche noch sehr kleine Änderungen des E.P. zu konstatieren gestattet. Das Prinzip der angewandten Methode liegt in folgendem: An einer Funkenstrecke wird die Spannung in einer durch die Versuchsanordnung gegebenen Weise gesteigert, so daß sie sich als eine bekannte Funktion der Zeit darstellt. Gegenstand der Messung ist der Zeitmoment, in welchem der Durchbruch des Funkens erfolgt. Da der — im allgemeinen wesentliche — Anstieg der Spannung hier fest gegeben ist, so ist die erste Forderung der wohl definierten Bedingungen erfüllt. Der zweiten Forderung der hohen Empfindlichkeit wird dadurch genügt, daß die in Frage kommenden Zeitintervalle an dem Maßstabe gemessen werden, den ein zweiter außerordentlich schnell verlaufender elektrischer Vorgang liefert.

Dieses Prinzip wird durch die nachstehende Anordnung<sup>1)</sup> (Fig. 1) verwirklicht.

Das Schema stellt die Schwingungskreise dar. Mit  $c$  sind durchgehends Kapazitäten, mit  $s$  Selbstinduktionen bezeichnet.  $c_1, c'_1, s_1$  bilden den Kreis I,  $c_2, c'_2, s_2$  den Kreis II,  $c_3, c'_3, s_3, s'_3$  den Kreis III.  $p$  ist eine Spule von großer Selbstinduktion.  $F$  und  $f$  sind Funkenstrecken.  $f$  ist diejenige, die im folgen-

1) Die Anordnung wurde zur bequemen Erzeugung phasenverschobener schneller Schwingungen zu Zwecken der drahtlosen Telegraphie angegeben von L. Mandelstam und N. Papalex, Physik. Zeitschr. 7. p. 303. 1906.

den magnetisch beeinflusst werden soll. Der Induktor ladet nun die Kapazitäten  $c_1$ ,  $c_1'$ , sowie  $c_3$ ,  $c_3'$  auf bis zur Durchschlagspannung von  $F$ . Infolge der Überbrückung von  $f$  durch  $p$  werden  $c_2$ ,  $c_2'$  nicht mit geladen. Im Moment des Durchbrechens des Funkens  $F$  setzen die Schwingungen der beiden Kreise I und (II + III) gleichzeitig ein. Bei der Betrachtung der schnellen Schwingungen kann nämlich die

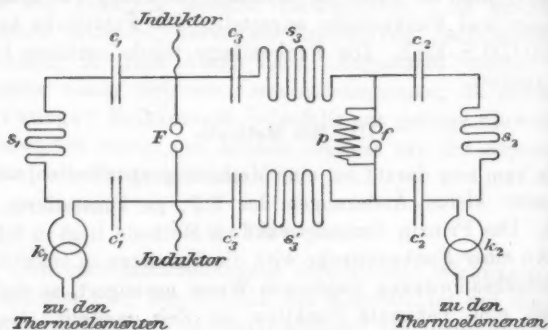


Fig. 1.

Drosselspule  $p$  als nicht vorhanden betrachtet werden. Es wächst nun die Spannung  $\psi$  an  $f$ , bis sie den Wert erreicht, der zum Durchbrechen genügt. Der zeitliche Verlauf ist gegeben durch die Formel<sup>1)</sup>

$$(1) \quad \psi(t) = -\varphi(t_0) A s_2 \pi^2 [(n_{2,3}^2 - n_2^2) \cos \pi n_{2,3} (t - t_0) + n_2^2],$$

wo

$$A = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$$

und

$$C_2 = \frac{c_2 c_2'}{c_2 + c_2'},$$

$$C_3 = \frac{c_3 c_3'}{c_3 + c_3'}.$$

$\varphi(t_0)$  ist das E.P. an  $F$ ,  $n_2$  die Schwingungszahl des Kreises II,  $n_{2,3}$  diejenige des Kreises (II + III),  $t_0$  der Zeitpunkt, bei dem der Funke an  $F$  einsetzte.

1) L. Mandelstam und N. Papalexi, l. c., Gleichung (5).

Die Durchschlagsspannung an  $f$  sei erreicht für  $t = t_1$ . Von jetzt an ist II von III losgelöst und schwingt mit seiner Periode unabhängig weiter. Die Periode von II ist nun derjenigen von I gleichgemacht. Zwischen den Schwingungen beider Kreise besteht eine Phasendifferenz, die durch die Zeit  $t_1$  eindeutig bestimmt wird, welche nach Gleichung (1) der Durchschlagsspannung  $\psi_{(t_1)}$  zugeordnet ist. Jede Änderung des E.P. muß sich also durch eine Änderung dieser Phasendifferenz zu erkennen geben.

Die Phasendifferenz konnte nun vermittelt einer von Dieckmann<sup>1)</sup> ausgearbeiteten Methode gemessen werden.

Vermittelt der Koppelschlingen  $k_1$  und  $k_2$  wirken die in den Kreisen I und II fließenden Ströme  $i_1$  und  $i_2$  auf drei Thermoelemente, die so geschaltet sind, daß ihre im Galvanometer wirksame resultierende elektromotorische Kraft proportional  $\int_0^\infty i_1 i_2 dt$  ist. Für eine bestimmte Phasendifferenz, die nahe bei  $90^\circ$  liegt, verschwindet daher der Ausschlag; im übrigen kann er positive und negative Werte haben.

Die Methode wurde als Nullmethode verwandt. Die Empfindlichkeit kann durch Vergrößerung der Strombelastung so weit gesteigert werden, bis die durch die beginnende Unruhe der Galvanometereinstellung gesetzte Grenze erreicht ist, vorausgesetzt, daß die Thermoelemente keinen Schaden erleiden.

Die Phasenverschiebung von  $90^\circ$  kann, wie aus Gleichung (1) p. 202 ersichtlich ist, durch passende Wahl des Verhältnisses der Einsatzspannungen  $\psi_{(t_1)}/\varphi_{(t_0)}$  erzielt werden. So wurde bei Herstellung der Meßbereitschaft zu beliebigem  $f$  die Länge von  $F$  derart einreguliert, daß das Galvanometer auf den Nullpunkt zeigte.

Wesentlich für die Brauchbarkeit der Methode ist, daß die Phasenverschiebung nicht erst aus zusammengesetzten Messungen berechnet werden muß, sondern direkt am Galvanometer sichtbar ist. Denn so tritt jede an  $f$  hervorgerufene E.P.-Änderung gleichzeitig als Änderung des Ausschlages auffällig in die Erscheinung.

1) M. Dieckmann, Ann. d. Phys. 24. p. 771. 1907.

## IV. Versuchsanordnung.

Die gemeinsame Schwingungszahl der Kreise<sup>1)</sup> I und II betrug ca.  $3 \times 10^6$  pro Sekunde.

Die Sekundärfunkenstrecke  $f$ , bei der eine eventuelle Änderung des E.P. untersucht werden sollte, war zwischen den Polen eines Ruhmkorffschen Elektromagneten eingebaut. Die Primärfunkenstrecke  $F$  war bei der endgültig verwandten Anordnung ca. 30 cm darüber angebracht, so daß sie der Wirkung der Magnetkraftlinien entzogen war, jedoch  $f$  noch gut belichten konnte.

Die Bestrahlung mit ultravioletttem Licht ist nämlich zur Erreichung des Zieles, eine möglichst hohe Empfindlichkeit zu erhalten, sehr wesentlich. Die Entladung setzt an der bestrahlten Funkenstrecke sehr regelmäßig ein. Da nun nur die Zeit  $t_1 - t_0$  zwischen dem Einsetzen der beiden Funken für die Phasendifferenz bestimmend ist, so sieht man, daß es völlig gleichgültig ist, wann  $F$  einsetzt, wenn nur  $t_1 - t_0$  bei allen Funkenpaaren denselben Wert behält. Dieses Ziel wurde durch die Bestrahlung von  $f$  durch den Primärfunken  $F$  in hohem Grade erreicht.

Beide Funkenstrecken waren fein verstellbar und ablesbar. Die Elektroden bestanden aus Zink und waren kugelförmig.

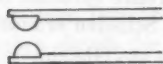


Fig. 2.

Der Durchmesser der primären betrug 15 mm, der sekundären 8 mm.

Bei den Versuchen im longitudinalen Feld waren letztere Halbkugeln, die, wie Fig. 2 zeigt, an Kupferdrähte angelötet waren und bequem zwischen die Polschuhe eingeführt werden konnten.

Sämtliche Teile des Magneten, die sich in der Nähe der Funkenstrecke und Zuleitungen befanden, waren mit Glimmer umkleidet. Die Felder wurden mit einer Wismutspirale gemessen. Da die Polschuhe zu optischen Zwecken durchbohrt waren und das erzeugte Feld daher nicht völlig homogen war, so wurde die Lage der Funkenbahn während der Versuche

1) Es konnten noch die von Hrn. Dr. Dieckmann selbst angefertigten Schwingungskreise sowie Thermoelemente verwandt werden, für deren lebenswürdige Überlassung ich ihm auch an dieser Stelle meinen besten Dank ausspreche.

sowohl im transversalen als auch im longitudinalen Feld quer durch den Polzwischenraum variiert, so daß jedenfalls auch Felder zur Wirkung gelangten, die stärker waren als der von der Wismutspirale angezeigte Mittelwert.

Selbstverständlich waren sämtliche Stromkreise (für Magnet, Motor des Turbinenunterbrechers, Induktorium und eine sogenannte Zusatzspannung, deren Zweck weiter unten beschrieben wird) voneinander unabhängig.

Das zur Messung des resultierenden Thermostromes verwandte Galvanometer war ein Kugelpanzerinstrument nach Dubois-Rubens, benutzt mit einer Empfindlichkeit von  $3,3 \times 10^{-9}$  Amp. für 1 mm der Skale bei 115 cm Skalenabstand.

Trotz der guten Panzerung rief die Erregung des Ruhmkorffschen Elektromagneten einen größeren Ausschlag hervor. Es gelang jedoch, ihn durch das Feld eines entsprechend orientierten, in denselben Stromkreis eingeschalteten zweiten Elektromagneten zu kompensieren.

Infolge Induktionswirkung der Streuung auf  $k_1$  und  $k_2$  blieb jedoch ein beim jedesmaligen Schließen und Öffnen des Magneterrégungsstromes stoßweise erfolgender Ausschlag bestehen. Um seine störende Wirkung möglichst zu verringern, wurde dem Galvanometer ein größerer Widerstand  $R$  vorgeschaltet. Bei  $R = 1400$  Ohm betrug er nur noch 1,5 Skalenteile. Die gewünschte Empfindlichkeit wurde dann durch Regulierung der Koppelung vermittelt der Schlingen  $k_1$  und  $k_2$  erreicht. Es zeigte sich, daß die Thermoelemente soviel Strom vertrugen, daß sogar die Höchstepfindlichkeit, bis zu der die Methode wegen der beginnenden Unruhe des Galvanometers noch ausgenutzt werden durfte, erzielt werden konnte.

#### V. Resultat.

Als Resultat der Untersuchung ergab sich: *Es konnte kein Einfluß magnetischer Felder auf das E.P. nachgewiesen werden.* Es handelt sich also darum, die Empfindlichkeit der Methode zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wurde zunächst festgelegt, um wieviel Skalenteile das Galvanometer beim Erregen des Magneten sicher nicht ausschlug. Die Anzahl dieser Skalenteile, welche die Ablesesicherheit repräsentieren, sei auf  $x$  eingeschätzt. Es ergibt sich dann die Frage: Wieviel Volt



Änderung des E.P. entsprechen den  $x$  Skalenteilen? Ist diese Voltzahl bestimmt und das E.P. selbst in Volt bekannt, so weiß man, um wieviel Prozent das E.P. vom magnetischen Feld sicher nicht geändert wird.

Zur Auswertung der Ablesesicherheit in Volt ergaben sich zwei Methoden, die sich gegenseitig kontrollierten.

1. Wird an die beiden Elektroden der zu untersuchenden Funkenstrecke  $f$  noch eine statische Potentialdifferenz angelegt, so muß diese ein früheres Einsetzen des Funkens  $f$  veranlassen, wenn die beim Einsetzen positive Elektrode ein positives Zusatzpotential erhält. Kommutiert man nun die von außen angelegte statische Potentialdifferenz, so muß offenbar der Funke später einsetzen. Man bestimmt auf diese Weise direkt die zu einem bestimmten Galvanometerausgang gehörende Änderung des E.P. Es stand zu erwarten, daß schon die Kommutierung weniger Volt Zusatzspannung zu einer Änderung des Galvanometerausganges genügen werde.

Die Zusatzspannung wird, wie aus Fig. 3 ersichtlich, von den Akkumulatorzellen  $z$  geliefert, die mit der sehr großen

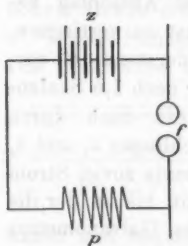


Fig. 3.

Selbstinduktion  $p$  zusammen nunmehr die Überbrückung der Sekundärfunkenstrecke  $f$  bilden. Erwähnt möge hier werden, daß das an  $f$  angelegte Zusatzpotential die Spannung an  $F$  nicht beeinflussen kann, da die Elektroden von  $F$  durch den Induktor hindurch leitende Verbindung miteinander haben. Um die Probe darauf zu machen, ob tatsächlich keinerlei störende Einflüsse bei dieser Art der Spannungsmessung vorhanden waren, wurde die Potentialdifferenz

von 24 Zellen kommutiert, während bei  $F$  und  $f$  ( $f = 2 \text{ mm}$ ) die Funken übergingen. Der Galvanometerausgang stieg von  $+20$  auf  $+70$ . Alsdann wurden die 24 Zellen in zwei Gruppen zu je 12 gegeneinandergeschaltet. Nunmehr stellte sich das Galvanometer auf einen mittleren Ausschlag ein, auf etwa  $+47$ . Die Methode erschien also brauchbar.

2. Aus den nach Messungen von Heydweiller<sup>1)</sup> geltenden

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 235. 1893.



Funkenpotentialen wurde interpoliert, wieviel Potentialänderung einer bestimmten kleinen Variation einer gegebenen Funkenlänge entspricht.

Ändert man also die Sekundärfunkenlänge um einen kleinen am Funkenmikrometer gemessenen Betrag, so läßt sich die der bewirkten Änderung der Galvanometereinstellung zugeordnete E.P.-Änderung sofort angeben. In der Praxis der Messungen wurden die Ausschläge beobachtet, welche durch Veränderung von  $f$  um 0,08 mm bewirkt wurden. Der Spannungswert kleinerer Ausschläge wurde durch Interpolation ermittelt. Hierzu ist erforderlich, daß die Ausschläge eine lineare Funktion der Variation von  $f$  sind. Dies ist im allgemeinen nicht der Fall. Jedoch gelang es durch passende Wahl des Verhältnisses der Schwingungszahlen  $n_2/n_{2,3}$ , indem verschiedene Selbstinduktionsstufen des Kreises III durchprobiert wurden, ein Gebiet ausfindig zu machen, in welchem diese Bedingung erfüllt war. Die dabei verwandte Selbstinduktion von III betrug ca. 76000 C.G.S.-Einh.

Es seien nun eine größere Anzahl von Beobachtungen mitgeteilt, die sowohl bei transversaler als auch bei longitudinaler Feldrichtung gemacht worden sind.

A. Transversales Feld (ca. 11000 C.G.S.-Einh.).

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f$ (mm)	E.P. (Volt)	$\delta(\text{E.P.}) = 147 \text{ V.}$ Ausschlag		$\delta(f) = 0,08 \text{ mm}$ Ausschlag		Ablesesicherheit in		
		beob.	ber. aus 5	beob.	ber. aus 3	Skt.	Volt	Proz. des E.P.
1,0	4850	12	12	23	23	5	61	1,26
1,2	5550	15	13	25	29	5	53	0,96
1,3	5900	25	18	35	48	5	35	0,59
1,3	5900	20	21	40	38	5	36	0,61
1,5	6600	25	24	45	48	5	30	0,45
1,8	7650	60	66	125	114	10	23	0,30
1,9	8000	70	71	135	133	10	21	0,26
1,9	8000	70	63	120	133	10	22	0,28
2,0	8350	80	76	145	152	10	19	0,23
3,0	11350	65	67	110	106	10	22	0,19

## B. Longitudinales Feld (ca. 8000 C.G.S.-Einb.).

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f$ (mm)	E.P. (Volt)	$\delta$ (E.P.) = 147 V. Ausschlag		$\delta(f) = 0,08$ mm Ausschlag		Ablesesicherheit in		
		beob.	ber. aus 5	beob.	ber. aus 3	Skt.	Volt	Proz. des E.P.
0,9	4500	10	8	15	19	5	83	1,84
1,0	4850	12	12	22	28	5	62	1,28
1,5	6600	27	26	50	51	5	28	0,42
1,6	6950	30	26	50	57	10	53	0,76
1,7	7300	45	37	70	86	10	36	0,49
2,0	8350	75	63	120	143	10	21	0,25
2,0	8350	80	74	140	152	10	19	0,23
2,5	9850	75	80	130	123	10	19	0,19

Die Primärfunkenlängen, welche  $90^\circ$  Phasendifferenz lieferten, waren bei

$$\begin{array}{ll}
 f = 1 \text{ mm,} & F = 1,45 \text{ mm,} \\
 f = 2 \text{ " } & F = 2,85 \text{ " } \\
 f = 3 \text{ " } & F = 4,3 \text{ " }
 \end{array}$$

Die Kolumnen der Tabelle geben an: unter 1 die Länge des untersuchten Sekundärfunkens  $f$  in Millimetern, unter 2 sein E.P. in Volt, berechnet aus den von Heydweiller gemessenen Funkenpotentialen. Unter 3 ist der durch Kommutterung der Zusatzspannung von 36. Akkumulatorzellen, gemessen zu 73,5 Volt, bewirkte Ausschlag angegeben. Er entspricht also einer E.P.-Änderung um 147 Volt. Kolumne 5 enthält die durch Veränderung der Funkenlänge  $f$  hervorgerufenen Ausschläge. Die Variation betrug stets 0,08 mm; die entsprechende E.P.-Änderung berechnet sich durch Interpolation aus den Heydweillerschen Messungen bei den Funkenlängen bis zu 2 mm zu  $8 \times 35 = 280$  Volt, bei den größeren Funkenlängen ( $f=2,5$  und 3 mm) zu  $8 \times 30 = 240$  Volt. Unter 7 ist als Ablesesicherheit in Skalenteilen derjenige Ausschlag, welcher beim Erregen des Magneten sicher noch hätte bemerkt werden müssen, festgesetzt. Die ihm entsprechende Änderung des E.P. wurde sowohl aus den Beobachtungen der

Kolumne 3 als auch denjenigen der Kolumne 5 berechnet. Der Mittelwert beider Resultate ist unter 8 angeführt. Unter 9 schließlich ist die E.P.-Änderung, welche sicher *nicht* stattfand, in Prozent berechnet.

Um ein Bild von der Sicherheit der Spannungsmessung zu erhalten, sind die Kolumnen 4 und 6 berechnet. Aus dem unter 3 angeführten, beobachteten Ausschlag, der 147 Volt äquivalent ist, wurde berechnet, wieviel Skalenteile 280 Volt entsprechen. Die Abweichung von dem unter 5 angeführten, beobachteten Ausschlag gibt ein Maß für den Beobachtungsfehler. Bei den Funkenlängen über 2 mm sind die 240 Volt entsprechenden Ausschläge berechnet worden. Kolumne 4 ist entsprechend aus den Beobachtungen unter 5 gewonnen und dient zur Gegenüberstellung mit 3. Aus dem Vergleiche von 3 mit 4 und von 5 mit 6 wird man entnehmen, daß die Beobachtungssicherheit nicht zu hoch eingeschätzt war.

Als Beispiel für den Gang der Beobachtung und Berechnung sei die Messung bei  $f = 1,8$  mm im transversalen Magnetfelde gewählt. Die Kommutierung der Zusatzspannung von 36 Zellen veranlaßte ein Sinken der Galvanometereinstellung um 60 Skt. Diese sind also äquivalent 147 Volt. Bei Erregung des Magneten konnte kein Ausschlag wahrgenommen werden. Die Unsicherheit der Ablesung betrug sicher nicht mehr als 10 Skt. Also berechnet sich der Grenzwert der denkbaren E.P.-Änderung zu

$$\frac{147 \times 10}{60} = 24,5 \text{ Volt.}$$

Die Kommutierung entsprach einer Verkleinerung von  $f$ . Nun wurde  $f$  um 0,08 mm vergrößert (der tote Gang der Mikrometerschraube war vorher durch Andrehen in demselben Drehungssinne eliminiert worden). Der Ausschlag stieg wieder um 125 Skt. Man erhält mit Benutzung der aus den Heydweillerschen Funkenpotentialen gewonnenen Beziehung, daß 0,01 mm Variation von  $f$  35 Volt entsprechen, den Grenzwert zu

$$\frac{8 \times 35 \times 10}{125} = 22,4 \text{ Volt.}$$

Das Mittel aus beiden Werten, 23 Volt, ist unter 8 angeführt. Aus ihm berechnet sich, mit Benutzung des E.P. von 7650 Volt,

die prozentische E.P.-Änderung, welche der Magnetismus sicher nicht bewirken konnte, zu 0,30 Proz.

Wie man aus der Tabelle ersieht, wachsen die Ausschläge mit zunehmender Funkenlänge bis zu  $f = 2$  mm, um dann für  $f = 2,5$  und 3 mm wieder abzunehmen. Dies rührt daher, daß bei den Funkenlängen über 2 mm die Strombelastung so groß wurde, daß zur Vermeidung allzu unruhiger Galvanometereinstellungen der Vorschaltwiderstand  $R$  (vgl. p. 205) vergrößert werden mußte.  $R$  betrug bei  $f \leq 2$  mm 1400 Ohm, bei  $f > 2$  mm 1800 Ohm.

Obwohl nun solche Empfindlichkeiten zugelassen wurden, daß die Einstellungen sehr inkonstant waren, wenn die Beobachtung auf längere Zeit ausgedehnt wurde, so gelang es doch bei tadellosem Gang des Unterbrechers (Quecksilberturbine), auch hier genügende Beobachtungen zu machen.

Bei den Funkenlängen über 1,5 mm sind die Ausschläge auf 5 Skt. abgerundet.

Um unter allen Umständen sicher zu sein, daß die Sicherheit der Ablesung nicht überschätzt war, wurde die direkte Probe darauf gemacht, ob auch ganz geringe E.P.-Änderungen noch gut bemerkbar waren, indem möglichst wenig Zellen kommutiert wurden. So wurden bei  $f = 2$  mm fünf Zellen, also etwa 20 Volt E.P.-Änderung, noch auffällig wahrgenommen. Wie aus der Tabelle ersichtlich, war die Ablesesicherheit in ungefähr derselben Größe eingeschätzt worden.

Die Funken gingen, nicht zu schnell aufeinander folgend, gut abzählbar über.

Zur Erzielung der hohen Empfindlichkeit war, wie schon im Abschnitt IV ausführlicher dargelegt wurde, die Belichtung von  $f$  durch  $F$  mit ultravioletem Licht durchaus erforderlich. Es wurde jedoch auch ohne Bestrahlung der Einfluß des Magnetfeldes untersucht. Die Empfindlichkeit mußte dabei, damit das Galvanometer wieder einigermaßen ruhig wurde, durch Vergrößerung von  $R$  auf etwa den zehnten Teil reduziert werden. Es ergab sich auch dann, daß kein Einfluß konstatiert werden konnte.

Besondere Sorgfalt muß auf soliden Aufbau der Funkenelektroden gelegt werden. Lange Zeit hindurch wurden scheinbare Wirkungen des Magnetismus beobachtet. Sie waren

dadurch verursacht, daß die Glasträger der Elektroden nicht völlig fest saßen und elektrodynamischen Einwirkungen ein wenig nachgaben. Als dieser Fehler beseitigt war, war auch jede scheinbare Wirkung verschwunden.

Da eine Wirkung des Magnetfeldes in erster Linie als Beeinflussung von etwa vorhandenen Gasionen zu deuten gewesen wäre, so würde also das Resultat der Versuche folgendermaßen auszusprechen sein. Bei Atmosphärendruck ist es unmöglich, Gasionen durch starke Magnetfelder von 8000 bis 11000 C.G.S.-Einh. aus dem Bereiche der Elektroden genügend abzulenken, um auch nur eine sehr geringe E.P.-Änderung zu erzielen. Bei Bestrahlung der Elektroden mit ultravioletttem Licht, wo die Ionisation der Luft in der Umgebung der Elektroden sichergestellt ist, zeigte die Anwendung einer empfindlichen Methode, daß das E.P. sicher nicht um  $\frac{1}{4}$  Proz. beeinflußt wurde. Ohne Bestrahlung, wo die Existenz von Gasionen hypothetisch angenommen ist, konnte eine Beeinflussung von 2,5 Proz. als sicher nicht vorhanden nachgewiesen werden. Für die Existenz eines einleitenden Ionenvorstromes geben also die Versuche keinen Anhalt.

Ionentheoretisch kann das Resultat nicht allzu sehr überraschen, da bekannt ist, daß sich die Gasionen sogar in stark verdünnten Gasen magnetisch sehr schwer ablenken lassen.<sup>1)</sup>

## B. Magnetisches Verhalten des Entladungsfunkens von Kondensatorkreisen im Vakuum.

### I. Bereits vorliegende Arbeiten.

Beobachtungen, die sich auf die magnetische Beeinflussung des zur Entladung notwendigen Potentials in Vakuumröhren beziehen, sind mehrfach gemacht worden. Warburg<sup>2)</sup> hat gezeigt, daß das E.P. der *leuchtenden* Entladung, die in seiner Versuchsanordnung spontan einsetzte und von ihm geradezu als Funke bezeichnet wurde, durch Magnetfelder geändert wird.

1) J. J. Thomson, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, Leipzig 1906. p. 119.

2) E. Warburg, Wied. Ann. 62. p. 392. 1897. Man vergleiche auch: O. Lehmann, Der dunkle Kathodenraum, Verhandl. d. Naturwissensch. Vereins Karlsruhe 15. 1902. p. 30 d. Sonderabdruckes.

Er beobachtete im transversalen Magnetfelde eine beträchtliche E.P.-Erhöhung und wies nach, daß dann gleichzeitig die Dauer der Entladungsverzögerung verlängert wird. Das gleichzeitige Auftreten dieser beiden Wirkungen ließ ihn vermuten, daß sich „in der Verzögerungsperiode unter der Einwirkung der elektrischen Kraft ein schwacher, lichtloser elektrischer Strom von wachsender Stärke bildet, welcher schließlich nach Ablauf der Verzögerungsperiode in die eigentliche leuchtende Funkenentladung übergeht“. Ein direkter Nachweis dieses Vorstromes mit dem Elektrometer oder als Leuchterscheinung geringer Helligkeit gelang nicht.

In Zusammenhang mit den Experimenten Warburgs an Funken bei niederen Drucken scheinen Beobachtungen von O. Lehmann<sup>1)</sup> und Sieveking<sup>2)</sup> im Hochvakuum zu stehen. Sie zeigten, daß im höchsterreichbaren Vakuum ein geladenes Elektrometer, sofern es nicht bis zum E.P. der sichtbaren Entladung aufgeladen war, seine Ladung stundenlang unverändert beibehält, also keine Leitung der Elektrizität durch das Hochvakuum stattfand. Trotzdem hatte ein relativ schwaches Magnetfeld, dessen Kraftlinien annähernd mit den elektrischen zusammenfielen, die überraschende Wirkung, daß das Elektrometer sich sofort entlud. O. Lehmann bemerkt hierzu<sup>1)</sup>: „Während sich nun unschwer Hypothesen ersinnen lassen, welche diesen Einfluß des Magnetismus während des Entladungsprozesses erklären, erscheint der Einfluß auf den Eintritt desselben völlig rätselhaft, wenn, wie die besprochenen Versuche ergeben, eine lichtlose Strömung vor der Entladung nicht vorhanden ist.“

Schließlich sind im Zusammenhange mit Vakuumfunken noch die Glimmentladungen zu betrachten, sofern von Magnetfeldern ihre Richtung, Form und E.P. beeinflußt wird. Die hierauf bezügliche Literatur findet sich zusammengestellt in J. J. Thomson, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, deutsch von E. Marx, Leipzig 1906, p. 487—495, sowie in A. Winkelmann, Handbuch der Physik, IV. 2. Aufl. 1905. p. 622.

1) O. Lehmann, Boltzmann-Festschrift p. 287. 1904.

2) H. Sieveking, Ann. d. Phys. 20. p. 209. 1906. Hier findet sich auch eine kritische Übersicht über die zurzeit bestehenden Theorien betreff Einleitung des sichtbaren Entladungsvorganges.

An diese Untersuchungen knüpfen einige Beobachtungen an, die ich im folgenden mitteilen möchte.

## II. Anordnung.

Ein Kondensatorkreis entladet sich durch eine Vakuumfunkenstrecke  $V$ , die sich zwischen den Polen des Elektromagneten befindet. Parallel zu  $V$  ist eine Luftfunkenstrecke geschaltet, die zur Spannungsmessung dient.

Es wurden symmetrische Röhren verwandt. Fig. 4 zeigt ihre Form.<sup>1)</sup>

Als Elektroden dienten zwei genau in derselben geraden Linie verlaufende Platindrähte  $a$  und  $b$ . Im Innern der Röhre besitzen sie einen Glasüberzug bis etwa 3 mm von ihren Spitzen. Der Abstand der Spitzen betrug ca. 2,5 mm. Der Durchmesser der Glaskugel war 19 mm. In dem Ansatz zur Luftpumpe befand sich der Hahn  $H$ ; oberhalb  $H$ , bei  $c$  war ein vertikal orientiertes Bleirohr mit Siegelack eingekittet. Durch Torsion dieses Bleirohres konnte die Röhre mit Leichtigkeit um die Vertikalachse gedreht werden, so daß die Linie  $ab$  senkrecht oder parallel zu den Kraftlinien oder auch in einen beliebigen Winkel mit ihnen gestellt werden konnte.



Fig. 4.

Evakuiert wurde mit einer Kahlbaumschen Quecksilberluftpumpe; die Druckmessung geschah an einem Mac Leodschen Manometer.

## III. Beobachtungen und Resultate.

Die Wirkung des Magnetfeldes zeigte sich in durchaus deutlicher und übersichtlicher Weise. Verließen die magnetischen Kraftlinien senkrecht zur Richtung  $ab$ , so trat Erhöhung des E.P. der leuchtenden Entladung ein, fiel jedoch die Richtung von  $ab$  mit der Kraftlinienrichtung zusammen, so zeigte sich E.P.-Erniedrigung. Umpolarisieren des Magneten änderte an der Größe der Wirkung nichts. Gemessen wurde die E.P.-Änderung

1) Bezogen aus der Glasbläserei C. Kramer, Freiburg i. Br.



vermittelt der Luftfunkenstrecke  $F$ . Ein Feld von ca. 3800 C.G.S.-Einh. ergab transversal eine Vergrößerung des E.P. um ca. 13 Proz., longitudinal eine Verringerung um ca. 50 Proz. Zur Demonstration genügt es, daß die Entladung bei der transversalen Kraftlinienrichtung aussetzt, — bei der longitudinalen zum Zünden gebracht wird, wenn sie ohne Magnetfeld noch nicht einsetzen konnte.

Form und Aussehen der Entladung mögen noch beschrieben werden. Von etwa 0,05 mm Hg bis zu den höchsten von mir erreichten Vakua — diese Drucke konnten am M. Leodaschen Manometer, dessen Kubikinhalte verhältnismäßig klein, gleich 20 ccm war, nicht mehr mit Sicherheit abgelesen werden; schätzungsweise liegen sie bei etwa 0,002 mm Hg — war ohne Magnetfeld die Röhre anscheinend gleichmäßig von hellem weißen Lichte erfüllt; die Glaswand fluoreszierte grüngelb, bei geringer Stromzufuhr ziemlich schwach, bei mehr Strom heller leuchtend.

Im Magnetfelde trat an jeder Elektrode ein heller weißer Streifen auf. Diese beiden Streifen verliefen stets parallel und in der Richtung der Kraftlinien, wie auch die Röhre gedreht wurde, nach Art der Fig. 5.

Die diffuse Glasfluoreszenz war verschwunden, dafür zeigten sich jedoch an den vier Stellen  $m, n, p, q$ , an denen die weißen Streifen die Glaswand trafen, Fluoreszenzflecke. Offenbar handelt es sich um Richtung des negativen Glimmlichtes, sowie der Kathodenstrahlen in die Richtung der Kraftlinien bei Anwendung starker Felder. Ersteres ist wohl die von O. Lehmann<sup>1)</sup> beschriebene Erscheinung; letzteres ist ebenfalls bekannt. Ohne Anschaltung der Leidener Flaschen erschien der Gasinhalt der Röhre dunkel, die Glaswand dagegen zeigte

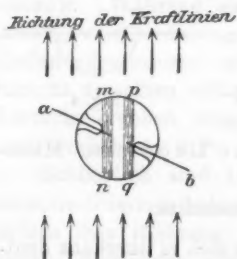


Fig. 5.

Fluoreszenz. Beim Erregen des Feldes zog sich letztere nicht auf vier, sondern nur auf zwei Flecke, etwa  $m$  und  $n$ , zusammen; wurde die Stromrichtung kommutiert, so fluoreszierten

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 7. p. 10. 1902.



statt  $m$ ,  $n$  die Stellen  $p$ ,  $q$ . Somit zeigt die Entladungserscheinung selbst an, daß die Flaschen sich oszillatorisch entladen.

Bei Drucken über 0,05 mm Hg kann auch bei angeschalteten Flaschen ein nahezu kontinuierlicher Stromdurchgang zustande kommen, so daß die Flaschen tatsächlich außer Funktion sind. Dies kann dann an den polaren Unterschieden der Leuchterscheinung, besonders im Magnetfelde, sofort erkannt werden. Die polare Induktorentladung geht bei weiter zunehmendem Drucke über in oszillatorische. Man sieht dies daran, daß auch bei abgeschalteten Flaschen die Leuchterscheinung an beiden Elektroden dieselbe ist.

Über Bemühungen, quantitative Resultate zu erhalten, vgl. die Dissertation.

Es ist mir ebensowenig wie den früheren Beobachtern<sup>1)</sup> gelungen, einen experimentellen Nachweis für die Existenz des

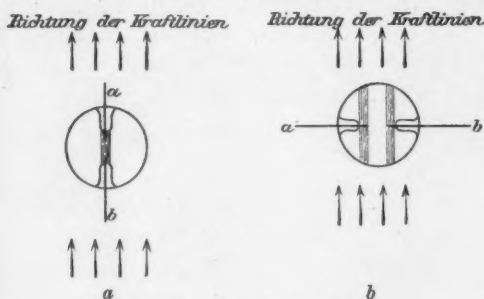


Fig. 6.

„Vorstromes“ zu erbringen, der alle Erscheinungen erklären würde. Man hat jedoch den unmittelbaren Eindruck, als sei das Phänomen nicht unabhängig von der Tatsache, daß sich die Kathodenstrahlen und das negative Glimmlicht im starken Magnetfelde zu einem scharf begrenzten Strahle, der stets in der Kraftlinienrichtung verläuft, vereinigen. Im longitudinalen Felde geht dieser Strahl mitten durch den Elektrodenzwischenraum (vgl. Fig. 6a), im transversalen geht er daran vorbei (vgl. Fig. 6b).

1) Siehe unter B. I., p. 211 u. 212.

Nimmt man nun an, daß auch schon vor dem Einsetzen der leuchtenden Entladung Elektronen ausgesandt werden, ionisieren diese im Falle der Fig. 6a den Elektrodenzwischenraum — daher E.P.-Erniedrigung —. Im Falle der Fig. 6b gelangen dagegen weniger Elektronen als ohne Magnetfeld dorthin — daher E.P.-Erhöhung.

Schließlich sei noch bemerkt, daß die verschiedenen von Glasbläser gelieferten Röhren den Effekt quantitativ in sehr verschiedener Stärke zeigten. Qualitativ war jedoch stets auch in den am geringsten wirksamen Röhren, der Sinn des Phänomens gewahrt.

Diese Arbeit wurde unter Leitung meines hochverehrten Lehrers Hrn. Prof. Dr. Cohn ausgeführt; für seine unermüdete Unterstützung drängt es mich, auch an dieser Stelle meinen ergebensten Dank auszusprechen.

Ebenso danke ich Hrn. Prof. Dr. Braun und Hrn. Privatdozent Dr. Mandelstam für ihr liebenswürdiges Interesse und dauernden, mir gütigst erteilten Rat.

Straßburg, Physik. Inst. der Univ., Juni 1908.

(Eingegangen 11. November 1908.)

### Berichtigungen zu Band 27.

Seite 785, Zeile 1 ist statt „in a“ zu setzen „in r“.

Seite 786, Zeile 1 ist statt „der“ zu setzen „die“.

Seite 786, Zeile 11 von unten ist statt „Röhren a“ zu setzen „Röhren r“.

Seite 787 sind bei Fig. 8a und Fig. 8b die 1 mm weiten Röhren mit „r“ zu bezeichnen.

insetan  
den, u  
rischen  
Fig. 84  
gnettfeld

en vom  
in sehr  
n steh  
in an

rehten  
ermüd  
Stoll

Privat  
terose

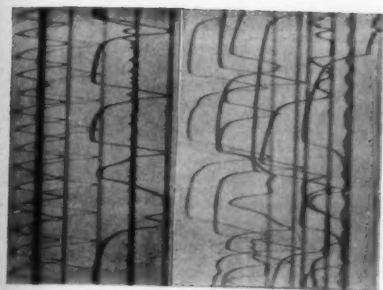
setzen

Röhren





← Fig. 4.



← Fig. 5.

Die Kurven werden im Sinne des Pfeiles durchlaufen.

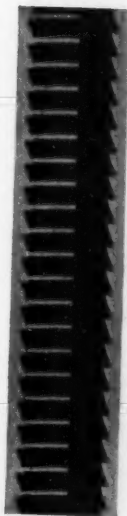


Fig. 14.



Fig. 15.



Fig. 16.

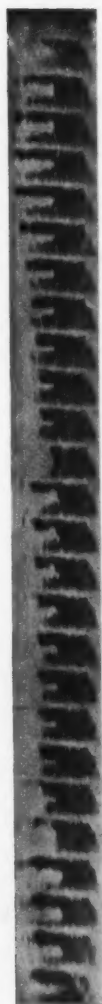


Fig. 17.



Die Zeit läuft im Sinne des Pfeiles.

